

SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

Master • Écoles d'ingénieurs

MÉCANIQUE QUANTIQUE

3^e édition

*Yves Ayant
Elie Belorizky*

530-38.1

DUNOD

Table des matières

AVANT-PROPOS	IX
CHAPITRE 1 • INTRODUCTION AUX PHÉNOMÈNES QUANTIQUES	1
1.1 Crise de la physique classique	1
1.2 La théorie de Planck	2
1.3 Le photon. Les postulats de Bohr	5
1.4 La mécanique de Bohr-Sommerfeld	7
1.5 Quelques applications	8
1.6 L'atome d'hydrogène	12
1.7 Le principe d'incertitude	15
1.8 La quatrième relation d'incertitude	17
1.9 L'onde associée de De Broglie	18
1.10 Interprétation ondulatoire du principe d'incertitude	21
1.11 Conclusion	23
Exercices	23
CHAPITRE 2 • OPÉRATEURS LINÉAIRES FONCTIONNELS	25
2.1 Définitions ; exemples	25
2.2 Opérations sur les opérateurs	26
2.3 Opérateurs adjoints et hermitiques	29
2.4 Commutateur de deux opérateurs	31
2.5 Représentatives	32
2.6 Valeurs et fonctions propres	34
Exercices	36
CHAPITRE 3 • BASES DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE	38
3.1 La notion d'état dynamique	38
3.2 Les fonctions d'onde	40
3.3 Le principe de superposition linéaire des états	43
3.4 La probabilité de présence	44
3.5 Les variables dynamiques	46

3.6	Le principe de décomposition spectrale. La valeur moyenne	40
3.7	Variables dynamiques simultanément mesurables avec précision	51
3.8	Position et quantité de mouvement d'une particule	52
3.9	Relations de commutation fondamentales	55
3.10	Opérateurs décrivant d'autres variables dynamiques	57
3.11	Énergies cinétique et potentielle. Hamiltonien. Équation de Schrödinger	59
3.12	Application à un potentiel séparable	61
3.13	Expression quantitative du principe d'incertitude	64
	Exercices	65
CHAPITRE 4 • PREMIÈRES APPLICATIONS		67
4.1	Généralités sur les problèmes à une dimension	67
4.2	Discussion du puits ; états liés ($E < 0$)	69
4.3	Discussion géométrique	70
4.4	Étude des discontinuités de potentiel	74
4.5	Puits symétriques et demi-puits	75
4.6	L'exemple du puits rectangulaire	76
4.7	L'oscillateur harmonique (puits parabolique)	79
4.8	Problèmes d'états non liés	84
4.9	Cas du puits rectangulaire	88
4.10	L'effet tunnel	91
4.11	L'approximation semi-classique	94
4.12	Les interférences quantiques	98
4.13	Hamiltonien d'une particule chargée dans un champ électromagnétique	100
4.14	L'effet Aharonov-Bohm	102
	Exercices	104
CHAPITRE 5 • FORMALISME DE DIRAC		107
5.1	Généralités	107
5.2	Vecteurs droits et gauches. Opérateurs	108
5.3	Produit ket-bra, projecteurs	110
5.4	Représentatives et changement de base	111
5.5	Fonction d'opérateur (hermitique)	112
5.6	Produit direct ou tensoriel	113
5.7	Espaces à une infinité continue de dimensions	115
5.8	Mécanique de la particule dans spin	116
5.9	Hamiltonien. Équation de Schrödinger	119
	Exercices	120
CHAPITRE 6 • LES MÉTHODES D'APPROXIMATION		122
6.1	Le calcul des perturbations dans le cas non dégénéré	122
6.2	L'exemple de l'oscillateur anharmonique	125

6.3	Le calcul des perturbations dans le cas dégénéré	127
6.4	La méthode des variations	129
6.5	Fondement de la méthode L. C. A. O.	132
	Exercices	133
CHAPITRE 7 • LES MOMENTS CINÉTIQUES		137
7.1	Quantification du moment cinétique	137
7.2	La base $ \alpha, J, M\rangle$	140
7.3	Les moments orbitaux	142
7.4	Les fonctions sphériques	145
7.5	Propriétés des fonctions sphériques	148
7.6	Le rotateur linéaire rigide	149
7.7	Spin d'une particule	150
7.8	Composition de deux moments cinétiques	152
7.9	Les coefficients de Clebsch-Gordan	154
7.10	Les rotations infinitésimales	157
7.11	Niveaux d'un atome libre	158
	Exercices	159
CHAPITRE 8 • COMPLÉMENTS SUR LES MOMENTS CINÉTIQUES		161
8.1	Opérateurs scalaires et vectoriels	161
8.2	Représentative des scalaires et des vecteurs en base $ \alpha, J, M\rangle$	162
8.3	Application aux fonctions sphériques	166
8.4	Le théorème de Wigner Eckart	167
8.5	La formule de Landé	168
	Exercices	170
CHAPITRE 9 • MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP CENTRAL		171
9.1	Résolution de l'équation de Schrödinger du problème	171
9.2	Discussion des niveaux d'un puits de potentiel à rayon d'action fini	174
9.3	L'atome hydrogénéoïde	177
9.4	Les orbitales atomiques	181
9.5	Théorie approchée des atomes alcalins	182
9.6	Structure finie des niveaux des atomes alcalins	185
9.7	Le puits rectangulaire infiniment profond	187
9.8	La correction d'entraînement	189
	Exercices	190
CHAPITRE 10 • PROBLÈMES D'ÉVOLUTION DANS LE TEMPS		193
10.1	L'équation d'évolution de Schrodinger	193
10.2	Équation d'évolution des valeurs moyennes	195

10.3	Représentation de Schrödinger et de Heisenberg	197
10.4	Systèmes conservatifs	198
10.5	Le calcul des perturbations dans les problèmes d'évolution	199
10.6	La règle d'or de Fermi	201
10.7	Perturbation fonction sinusoïdale du temps	206
10.8	Atome soumis à un rayonnement électromagnétique. Absorption et émission stimulée	208
10.9	Les transmissions spontanées	211
10.10	Coefficients d'Einstein. Lasers	214
10.11	Résonance magnétique	217
10.12	Approximation soudaine et évolution adiabatique	220
10.13	Formule du courant	222
	Exercices	224
 CHAPITRE 11 • SYSTÈMES DE PARTICULES IDENTIQUES		228
11.1	Bosons et fermions	228
11.2	Cas des fermions. Déterminant de Slater. Principe de Pauli	230
11.3	Système de deux électrons (sans couplage spin-orbite)	232
11.4	Les niveaux de l'atome d'hélium	235
	Exercices	242
 CHAPITRE 12 • DIFFUSION PAR UN CENTRE DE FORCES		243
12.1	Introduction	243
12.2	Lemme mathématique	246
12.3	L'approximation de Born	247
12.4	Étude de l'équation de Schrödinger en coordonnées sphériques	249
12.5	Calcul de l'amplitude de diffusion $f(\theta)$	251
12.6	Cas limite des très faibles vitesses	253
	Exercices	256
 ANNEXE A LES POLYNÔMES DE LAGUERRE GÉNÉRALISÉS. APPLICATION À LA RÉOLUTION DE L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER D'UN ATOME HYDROGÉNOÏDE		259
A.1	Les polynômes de Laguerre généralisés (méthode de la fonction génératrice)	259
A.2	Les polynômes $L_p(x)$	261
A.3	Résolution de l'équation de Schrödinger d'un atome hydrogénoïde	262
 Correction des exercices		265
Bibliographie		333
Constantes fondamentales		334

Avant-propos

Ce livre est une introduction à la Mécanique quantique. Le programme traité correspond à celui de la licence et de la maîtrise de physique.

Nous nous sommes efforcés, tout au long de cet ouvrage, de présenter la Mécanique quantique sous une forme aussi simple que possible, sans pour cela renoncer à la rigueur. Nous avons utilisé un formalisme mathématique extrêmement simple et nous avons insisté sur les grands principes de base.

Nous pensons que ce livre pourra facilement être accessible aux élèves des écoles d'ingénieurs, et qu'il pourra servir de document de départ pour les étudiants désireux d'approfondir leur connaissance en physique théorique avant d'aborder des traités plus complets et d'un niveau plus élevé.

Un certain nombre de textes d'exercices sont proposés à la fin de chaque chapitre pour illustrer le cours ; leur correction est donnée à la fin du livre. Dans cette nouvelle édition, nous avons introduit le formalisme des bras et des kets de Dirac dès le cinquième chapitre et nous avons ajouté des sections importantes sur l'approximation semi-classique, la radioactivité et les interférences quantiques. Nous avons aussi apporté des compléments à la théorie des moments cinétiques qui font l'objet d'un nouveau chapitre. De plus, nous avons simplifié le traitement de l'interaction entre un atome et le champ électromagnétique, tout en illustrant d'exemples : principes du laser et de la résonance magnétique.

Nous tenons à remercier Eric Lacot et Pierre Germi, maîtres de conférences à l'Université J. Fourier pour leur aide précieuse, ainsi que le professeur Joseph Lajzerowicz pour ses conseils éclairés.