

S. MESSAADI

H. MEDOUER

**INTRODUCTION
AUX
TRANSITIONS DE PHASES
ET
PHÉNOMÈNES CRITIQUES**

530.13-01.1

OFFICE DES PUBLICATIONS UNIVERSITAIRES



Table des matières

CHAPITRE I

	RAPPELS DE PHYSIQUE STATISTIQUE	Page
1.1	<i>Microétats, macroétats et espace des phases</i>	15
1.2	<i>Dégénérescence d'un état macroscopique</i>	16
1.2.1	<i>Méthode de Laplace ou formule de Sterling</i>	16
1.2.2	<i>Valeurs moyennes et hypothèse ergodique</i>	17
1.3	<i>Entropie</i>	19
1.4	<i>Probabilité des états microscopiques</i>	21
1.4.1	<i>Ensemble microcanonique</i>	21
1.4.2	<i>Ensemble canonique</i>	22
1.4.3	<i>Ensemble grand canonique</i>	24
1.5	<i>Relation avec la thermodynamique</i>	25
1.5.1	<i>Energie interne</i>	25
1.5.2	<i>Travail</i>	26
1.5.3	<i>Entropie et énergie libre de Helmotz</i>	27
1.6	<i>Fluctuations</i>	28
1.6.1	<i>Principe ergodique</i>	28
1.6.2	<i>Fluctuations du nombre de particules</i>	30
1.6.3	<i>Fluctuations de l'énergie</i>	30
1.6.4	<i>Fluctuations de l'aimantation</i>	31
1.7	<i>Théorème de fluctuation- dissipation</i>	32

CHAPITRE 2

	GENERALITES SUR LES TRANSITIONS DE PHASES	Page
2.1	<i>Introduction</i>	35
2.2	<i>Classification des transitions de phases</i>	36
2.2.1	<i>Classification d'Ehrenfest</i>	36
2.2.2	<i>Classification actuelle des transitions de phases</i>	37
2.3	<i>Propriétés des transitions de phases</i>	38
2.3.1	<i>Points critiques</i>	38
2.3.2	<i>Symétrie</i>	38
2.4	<i>Particularités des transitions de phases</i>	42
2.5	<i>Distributions des zéros de la fonction de partition</i>	43
2.6	<i>Comparaison entre transitions liquide - gaz et transitions ferromagnétiques - paramagnétiques</i>	46
2.6.1	<i>Equations d'état et diagrammes de phases</i>	46
2.6.2	<i>Comportement le long des isobares</i>	49
2.6.3	<i>Comportement le long des isothermes</i>	51
2.7	<i>Relations thermodynamiques critiques</i>	52
2.8	<i>Fonctions thermodynamiques</i>	57
2.8.1	<i>Systèmes à nombre de particules fixes</i>	57
2.8.2	<i>Systèmes à nombre de particules variables</i>	60
2.9	<i>Milieux magnétiques et transitions ferromagnétiques</i>	62
2.9.1	<i>Phases paramagnétiques et ferromagnétiques</i>	63
2.9.2	<i>Explication qualitative de la transition de phase</i>	63
2.9.3	<i>Théorie de Langevin et loi de Curie</i>	65
2.9.4	<i>Théorie du champ moyen et loi de Curie-Weiss</i>	66
2.10	<i>Fonction de corrélation</i>	71

CHAPITRE 3

	PROPRIETES AU VOISINAGE D'UN POINT CRITIQUE	Page
3.1	<i>Objectif d'une théorie des phénomènes critiques</i>	75
3.2	<i>Approche phénoménologique</i>	76
3.3	<i>Universalité des propriétés critiques</i>	77
3.4	<i>Échelles caractéristiques</i>	79
3.5	<i>Lois d'échelles et exposants critiques</i>	80
3.5.1	<i>Description des propriétés critiques</i>	81
3.5.2	<i>Exposants critiques</i>	84
3.5.3	<i>Paramètre d'ordre</i>	85
3.5.4	<i>Fluctuations critiques</i>	90
3.5.5	<i>Les lois d'échelles types</i>	93
3.6	<i>Critères de Ginsburg Landau</i>	95
3.7	<i>Hypothèse d'homogénéité</i>	97
3.7.1	<i>Fonction homogène, fonction homogène généralisée</i>	97
3.7.2	<i>Homogénéité de la densité d'énergie libre</i>	98
3.7.3	<i>Conséquences</i>	99
3.7.4	<i>Lois des états correspondants</i>	100
3.7.5	<i>Vérification des lois d'échelle</i>	101
3.8	<i>Homogénéité de la fonction de corrélation</i>	102
3.9	<i>Dimensions anormales extensivité et Objets fractals</i>	103
3.9.1	<i>Exemples</i>	104
3.9.2	<i>Transitions du 1^{er} ordre</i>	107

6.3	<i>Fusion bidimensionnelle</i>	182
6.4	<i>Gaz de réseau</i>	182
6.5	<i>Polygone durs</i>	190
6.6	<i>Relation entre gaz de réseau, polygone durs et modèle d'Ising antiferromagnétique sous champ</i>	194
6.7	<i>Exemples</i>	196

CHAPITRE 7

APPLICATIONS	Page
<i>Exercices et problèmes résolus</i>	201
<i>Références</i>	233

Avant propos

Cet ouvrage s'adresse aux enseignements universitaires de fin de cycle et à ceux qui préparent un diplôme d'études supérieures (D.E.S et licence L.M.D.) en physique, diplôme d'ingénieurs et notamment aux étudiants de première année magister et master (cycle L.M.D.) de physique, électronique et mécanique.

L'objectif du cours de thermodynamique est de préciser la contribution des principes à la résolution d'un problème. Le but de cet ouvrage est d'arriver à décrire les phénomènes de transition de phase en utilisant les fonctions de la thermodynamique.

Il s'agit de mettre en place un formalisme mathématique uniforme qui respecte les lois de la thermodynamique. Le formalisme à mettre en place doit permettre de retrouver les propriétés thermodynamiques macroscopiques d'un système à partir d'un modèle microscopique ; pour cela nous procédons comme suit :

- Nous examinons brièvement les diverses approches statistiques d'un problème (systèmes isolés, fermés, ouverts) à partir d'une définition généralisée de l'entropie.
- Puis nous appliquons les lois de la thermodynamique statistique à propos du principe ergodique en abordant les phénomènes des fluctuations.
- Nous présentons les différents modèles théoriques basés sur les principes de la physique statistique permettant la description des transitions de phase.

Nous aimerions également témoigner de toute notre sympathie au professeur M. T. Meftah de l'université de Ouargla et au Docteur A. Benhaya de l'université de Batna d'avoir accepté d'expertiser ce travail, au professeur L. Turban de l'université de Nancy (France), ainsi qu'à notre aimable ami S. Belkhir de l'université de Batna pour leurs aides et conseils scientifiques et techniques.

Introduction

La physique statistique fut introduite initialement sous la forme de la théorie cinétique des gaz à partir du milieu du XIX^{ème} siècle, principalement par Thomson, Maxwell et Boltzmann. Cette première approche est corrélée à l'avènement de la description atomistique de la matière en chimie, et a permis d'établir des liens entre les modèles mécaniques microscopiques discrets de la matière atomique et les modèles macroscopiques continus de la matière, en particulier les modèles de la thermodynamique des fluides, si importants à l'époque de la révolution industrielle.

La mécanique statistique fut ensuite formalisée en 1902 par Gibbs, son formalisme permettant de généraliser et de justifier les principes de la thermodynamique d'équilibre.

Les premières extensions de la physique statistique par rapport à la mécanique statistique, ont été l'introduction des propriétés électriques et magnétiques de la matière au sein des modèles, permettant la description des transitions de phase dans les matériaux magnétiques ou diélectriques.

Une autre étape importante fut la modification des formules statistiques entre les années 1920 et 1930 pour tenir compte des effets de l'indiscernabilité quantique des particules et des problèmes de symétrie associés (principe d'exclusion de Pauli). Cette modification fut effectuée par S.Bose et A. Einstein pour les systèmes de particules de spin entier (bosons) et par E. Fermi et P.A.M. Dirac pour les systèmes de particules de spin demi-entier (fermions).

Depuis ces fondements théoriques de base, la physique statistique n'a cessé de prendre de l'ampleur en termes d'applications dans presque tous les domaines de la physique et allant même trouver des créneaux avec les autres sciences comme les sciences économiques et les sciences sociales et la médecine moderne.

Une des questions centrales en physique de la matière condensée concerne les transitions de phase entre les états métalliques, isolants et supraconducteurs, dans les matériaux où les corrélations électroniques sont prédominantes. Ces transitions de phase sont accompagnées par des brisures de symétrie structurale et/ou magnétique qui renseignent sur les mécanismes microscopiques à l'origine des corrélations électroniques et des propriétés remarquables de ces composés. Le développement des techniques de pointe permet de mettre en évidence et de caractériser finement les transitions de phase des matériaux.

La thermodynamique est une science régie par des lois et des principes qui nécessitent l'utilisation d'un formalisme mathématique adéquat. Afin d'étudier les modèles mathématiques décrivant les phénomènes de transition de phase, nous utilisons les fonctions de la thermodynamique obtenues à partir des notions fondamentales de la physique statistique.

- Dans le premier chapitre, nous rappelons les notions de base de physique statistique (microétat, macroétat, dégénérescence d'un état macroscopique...) et enfin nous présentons un bref aperçu relatif aux notions de base sur les fluctuations.
- Dans le deuxième chapitre sont présentées des généralités sur les transitions de phase.
- Le troisième chapitre traite les propriétés au voisinage d'un point critique
- Les transitions magnétiques sont présentées dans le quatrième chapitre. Après avoir présenté le modèle d'Ising à une dimension, nous exposons le modèle d'Ising (en champ nul) à deux dimensions qui est le premier modèle non trivial à avoir été résolu par Onsager en 1944. Les exposants critiques obtenus dans ce cas ont remis en cause les théories antérieures
- Dans le cinquième chapitre sont présentés de manière succinctes les différents modèles tels que le modèle X-Y, le modèle de Heisenberg et le modèle de Potts.

• Les transitions solides - liquides - gaz sont traitées dans le chapitre six. Les transitions solides - liquides et liquides - gaz, à cause de leur évidence dans la vie courante, ont été les premières à attirer l'attention. Une théorie de type champ moyen de la transition liquide - gaz a été formulée par Van der Waals en 1873. Cette théorie s'est avérée (compte tenu de la construction de Maxwell pour le domaine de coexistence) exacte dans la limite d'interactions infiniment faibles à infiniment longue portée

• Nous jugeons utile de présenter à la fin de cet ouvrage un chapitre contenant des exercices et des problèmes résolus dans le but de matérialiser les théories les plus intéressantes présentées dans cet ouvrage.