SCIENCES INDUSTRIELLES

Yves BREMONT / Paul REOCREUX

Mécanique 1

MÉCANIQUE DU SOLIDE INDÉFORMABLE

CALCUL VECTORIEL
CINÉMATIQUE

Cours et exercices résolus

CLASSES PRÉPARATOIRES AUX GRANDES ÉCOLES
PREMIER CYCLE UNIVERSITAIRE

531-20.1

ellipses

AVANT-PROPOS

Les SCIENCES INDUSTRIELLES ont pour objet l'étude des systèmes industriels mécaniques automatisés. Elles s'appuient sur deux composantes scientifiques de base: la MECANIQUE et l'AUTOMATIQUE.

La MECANIQUE est la science des lois du mouvement et de l'équilibre. Elle est à la base du dimensionnement des mécanismes, des structures et ouvrages.

L'AUTOMATIQUE est la science des méthodes et démarches permettant l'étude et la réalisation des automatismes industriels.

Dans cette collection "SCIENCES INDUSTRIELLES", proposée aux étudiants des **classes préparatoires aux grandes écoles (MPSI , PTSI , PSI , PSI*, MP , MP*, PT , PT*)**, ainsi qu'aux étudiants du **premier cycle universitaire**, les ouvrages de MECANIQUE traitent:

- de la *Mécanique du solide indéformable*, qui étudie les mouvements et les actions mécaniques entre les différents éléments d'un mécanisme.

- de la *Mécanique du solide déformable*, qui détermine les contraintes et les déformations à l'intérieur d'un matériau.

Ce premier ouvrage " **MECANIQUE 1** " concerne la première partie du cours de *Mécanique du solide indéformable*. Il comprend deux parties:

- *Calcul vectoriel.* Après un bref rappel sur les opérations élémentaires sur les vecteurs, on met en évidence la propriété essentielle des champs de moments de glisseurs qui conduit à la théorie des torseurs.

- *Cinématique du solide*. Le premier chapitre montre à l'étudiant comment extraire un schéma cinématique minimal des plans d'un mécanisme réel. Ensuite, le mouvement d'un solide est caractérisé par un torseur et les méthodes de résolution analytiques et graphiques sont mises en évidence pour étudier les mouvements entre solides.

Les chapitres de ce livre sont construits sur le même plan:

- un *cours concis et complet* avec une *courte application* après chaque notion importante,

- un *résumé* des résultats essentiels dans la rubrique "*à retenir*",

- des *exercices corrigés*, avec des indications sur les *méthodes de résolution*. Chaque exercice de cinématique, précédé d'un titre, constitue un thème d'étude relatif à un système réel.

Les auteurs ont souhaité qu'en fin d'ouvrage le lecteur puisse appréhender un système réel, le schématiser, le paramétrer, dans le but d'en étudier le comportement cinématique.

Nous tenons à remercier pour son aide notre collègue Gérard DELVILLE, et à remercier par avance, celles et ceux qui voudront bien nous faire part de leurs critiques et nous permettre ainsi d'améliorer le contenu de cet ouvrage.

Les auteurs

CALCUL VECTORIEL

1. NOTIONS DE BASE

1. Bipoint 2
2. Vecteur 2
3. Produit scalaire 4
4. Produit vectoriel 5
5. Division vectorielle 6
6. Produit mixte 7
Exercices 9

2. CHAMPS DE VECTEURS

1. Glisseur (ou vecteur glissant) 18
2. Moment en un point d'un glisseur 18
3. Moment d'un glisseur par rapport à un axe 20
4. Ensemble fini de glisseurs 21
5. Ensemble infini de glisseurs 22
Exercices 25

3. TORSEURS

1. Définition d'un torseur 32
2. Egalité de deux torseurs 32
3. Torseur associé à un champ de glisseurs 32
4. Invariants du torseur 33
5. Point central, axe central, moment central d'un torseur 33
6. Symétrie du champ des moments d'un torseur 34
7. Opérations sur les torseurs 35
8. Torseurs particuliers 36
9. Décomposition d'un torseur 38
10. Produit (ou comoment) de deux torseurs 39
11. Torseur à structure 39
12. Champ équiprojectif de vecteurs 40
Exercices 43

CINEMATIQUE

4. MODELISATION CINEMATIQUE DES MECANISMES

1. Le mécanisme 54
2. Modélisation des pièces mécaniques 54
3. Définition d'un solide indéformable 54
4. Equivalence repère-solide 55
5. Position relative de deux solides 55
6. Liaisons normalisées 60
7. Graphe minimal des liaisons 66
8. Schéma cinématique minimal 71
9. Loi "entrée-sortie" d'un mécanisme 76
Exercices 80

5. CINEMATIQUE DU POINT

1. Dérivation vectorielle 108
2. Changement de base de dérivation 110
3. Propriétés du vecteur rotation 115
4. Espace - temps de l'observateur 116
5. Position d'un point dans un repère 117
6. Vecteur vitesse d'un point par rapport à un repère 118
7. Vecteur accélération d'un point par rapport à un repère 118
8. Applications 119

Exercices 124

6. CINEMATIQUE DU SOLIDE

1. Point lié à un solide 138
2. Champ des vecteurs vitesse des points d'un solide 141
3. Champ des vecteurs accélération des points d'un solide 145
4. Torseurs cinématiques des liaisons normalisées 146

Exercices 151

7. COMPOSITION DES MOUVEMENTS

1. Composition des vecteurs vitesse 164
2. Composition des torseurs cinématiques 166
3. Applications 166
4. Mouvement relatif de deux solides en contact ponctuel 172
5. Composition des vecteurs accélération 177
6. Mouvement plan sur plan 182
7. Liaisons cinématiques équivalentes 189

Exercices

1. Vérin de relevage 198
2. Centrifugeuse d'entraînement des pilotes d'avions de chasse 200
3. Engrenage droit à axes parallèles 203
4. Train de Pecqueur 208
5. Palan 213
6. Pompe à palettes 219
7. Roulement à billes à quatre points de contact 222
8. Contre-losange 226
9. Chute d'une bille sur un plateau tournant 228
10. Boîte de vitesses automatique RENAULT 234
11. Ventilateur de véhicule tout-terrain 239
12. Commande de cadre par came 242
13. Essuie-glace MERCEDES 254
14. Moteur hydraulique 1 257
15. Moteur hydraulique 2 265
16. Mécanisme de pompe doseuse 270
17. Commande de transfert rotatif 282
18. Table élévatrice à commande manuelle 292
19. Desileuse 298