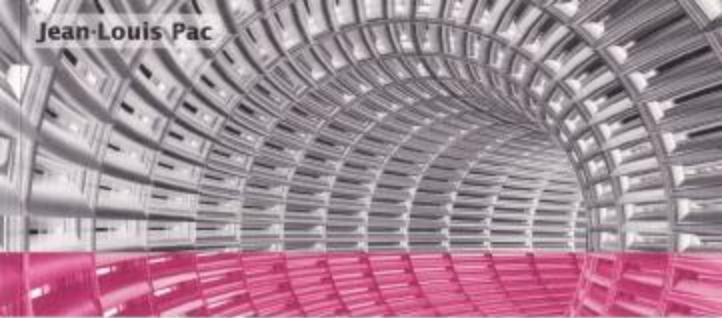


Jean-Louis Pac



Systemes dynamiques

Cours et exercices corrigés

Licence et Master
Écoles d'ingénieurs

DUNOD

531.11-01.1

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	VII
Chapitre 1. Généralités sur les systèmes différentiels	1
1.1 Introduction	1
1.2 Flot d'un système dynamique	14
1.3 Conjugaison des systèmes dynamiques	18
1.4 Quelques propriétés générales du flot	28
Chapitre 2. Stabilité des systèmes linéaires	31
2.1 Introduction	31
2.2 Stabilité des systèmes : exemple et définitions	32
2.3 Réduction des endomorphismes	34
2.4 Flot et stabilité des systèmes linéaires	35
2.5 Stabilité structurelle et conjugaison	46
Chapitre 3. Propriétés locales des systèmes non-linéaires	51
3.1 Introduction	51
3.2 Généralités et exemples	51
3.3 Théorie de Liapounov de la stabilité	63
3.4 Linéarisation autour des équilibres	68
3.5 Linéarisation des équilibres hyperboliques	71
Chapitre 4. Propriétés globales des systèmes non-linéaires	81
4.1 Ensembles-limites	82
4.2 Orbites périodiques	88
4.3 Variétés remarquables	91
4.4 Thème d'étude : le pendule	97
Chapitre 5. Bifurcations locales	105
5.1 Introduction	105
5.2 Exemple de bifurcation pour un système d'ordre 1	106
5.3 Stabilité structurelle des équilibres	109
5.4 Bifurcations locales dans un espace d'état de dimension 1	112
5.5 Bifurcations locales en dimension supérieure à 1	116
Chapitre 6. Systèmes à temps discret : bases	119
6.1 Introduction	119
6.2 Notions de base	120
6.3 Équilibres	121
6.4 m -cycles	124
6.5 Exposant de Liapounov	127

Chapitre 7. Introduction au chaos	131
7.1 Ensembles-limites en dimension 2	131
7.2 Théorème de Poincaré-Bendixson	139
7.3 Introduction au chaos	141
Chapitre 8. Annexes	153
Annexe 1 : Systèmes et mécanique céleste	153
Annexe 2 : Topologie et autres structures	155
Annexe 3 : Théorème de Cauchy et déterminisme	162
Annexe 4 : Réduction des endomorphismes	165
Annexe 5 : Deux compléments mathématiques	170
Annexe 6 : Fractales	174
Annexe 7 : Schéma numérique	179
Chapitre 9. Corrigés des exercices	181
Bibliographie	209
Index	211

AVANT-PROPOS

Le but de ce livre est de fournir les principales clés pour étudier le comportement d'un système dynamique, c'est-à-dire d'un ensemble mécanique, physique, économique, environnemental ou autre dont on connaît la loi d'évolution.

On s'intéresse principalement aux questions qualitatives : un système évolue-t-il vers un cycle-limite ? vers un équilibre ? vers un autre destin ? Ce livre fournit les outils méthodologiques qui permettent d'aborder ces questions. La recherche de solutions analytiques n'est pas un but en soi, mais celles-ci sont exploitées quand elles sont accessibles : c'est le cas des systèmes linéaires, dont on montre l'importance. On établit ensuite une classification des comportements à long terme d'un système. Ainsi est mis en évidence le cas complexe du chaos, qui donne lieu depuis plusieurs décennies à d'actives recherches.

Le cadre est celui des systèmes autonomes, c'est-à-dire non commandés. Aussi, le champ couvert est-il frontalier mais distinct de celui de la commande des systèmes.

On limite l'exposé des systèmes à temps discret aux points nécessaires à l'introduction de certaines notions concernant les systèmes à temps continu, sur lesquels ce livre est centré.

Je tiens à remercier Manuel Samuelidès, qui a créé l'enseignement de systèmes dynamiques non linéaires à l'ISAE/SUPAERO et qui a bien voulu me confier la poursuite de son cours. Il m'a ainsi permis de m'appuyer sur son travail et de m'inspirer de ses choix pédagogiques.

J'invite le lecteur qui aurait des questions ou remarques liées au sujet de ce livre à m'en faire part par mail à l'adresse : jeanlouispac@yahoo.fr

Jean-Louis Pac

Jean-Louis Pac

Systèmes dynamiques

Cet ouvrage s'adresse aux élèves ingénieurs et aux étudiants en licence ou master de physique ou de mathématiques appliquées.

L'étude mathématique des systèmes dynamiques à temps continu débouche sur des applications variées en mécanique, en physique, en astronomie, voire en économie.

Cet ouvrage présente **les notions fondamentales de la dynamique des systèmes** : systèmes différentiels, état, flot, équilibres, portraits de phases, bifurcations locales, systèmes à temps discret, introduction au chaos. Les systèmes linéaires sont présentés de façon détaillée et les phénomènes spécifiquement non-linéaires sont décrits.

Le sujet est traité avec la rigueur mathématique qui s'impose mais dans le langage le plus concret possible, au plus proche des applications. De nombreux **exemples** illustrent les notions théoriques. **34 exercices** permettent d'approfondir le cours et sont tous **corrigés** en fin d'ouvrage.

Jean-Louis Pac

Ancien élève de l'École Polytechnique, possède une double expérience d'ingénieur et de professeur. Il a été directeur des études et des recherches de l'École nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace (Supaéro). Professeur à l'ISAE, il a enseigné plusieurs branches des mathématiques et des sciences de l'ingénieur.



9 782100 576364

6950836

ISBN 978-2-10-057636-4



DUNOD
dunod.com

53111011