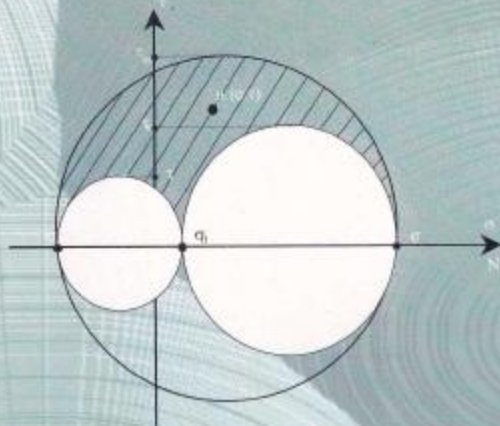




Pr. Soliman BELKAHLA
Université Badji Mokhtar - Annaba

COURS D'ELASTICITE-PLASTICITE



DESTINE AUX ETUDIANTS DE 1er ET 2ème CYCLE UNIVERSITAIRE

Publications de l'université Badji Mokhtar-Annaba

531 38-01.1

Avant propos.....	5
PREMIERE PARTIE.....	6
ELASTICITE.....	7
INTRODUCTION GENERALE.....	7
CHAPITRE -I.....	8
NOTION DE TENSEUR.....	8
I-1 Généralités.....	8
I-1.1 Introduction.....	8
I-1.2 Scalaires, vecteurs, tenseurs de rang 2.....	8
I-1.2.1 Scalaires ou tenseur d'ordre 0.....	8
I-1.2.2 Vecteurs ou tenseur de rang 1.....	9
I-1.2.3 Tenseur de rang 2 ou d'ordre 2.....	9
I-1.3 Notation des indices muets.....	12
I-1.4 Transformation.....	13
I-1.4.1 Transformation des axes.....	13
I-1.4.2 Propriétés des coefficients a_{ij}	15
I-1.4.3 Lois de transformation des coordonnées d'un vecteur.....	17
I-1.4.4 Transformation des coefficients d'un tenseur de rang 2.....	19
I-1.4.5 Différence entre la matrice de transformation (a_{ij}) et le tenseur $[T_{ij}]$	20
I-1.4.6 Tenseurs symétriques et antisymétriques.....	21
CHAPITRE -II.....	22
TENSEUR DES CONTRAINTES.....	22
II-1 Hypothèse du milieu continu.....	22
II-2 Forces de contact; vecteur contrainte.....	23
II-2.1 Force de volume.....	23
II-2.2 Forces de surface.....	23
II-2.3 Forces de contact (ou intérieures).....	24
II-2.4 Vecteur contrainte.....	24
II-3 Contrainte normale et contrainte tangentielle.....	25
II-4 Matrice des contraintes.....	27
II-5 Caractère tensoriel des σ_{ij}	29
II-6 Equations d'équilibre.....	32
II-6.1 Equilibre de la résultante des forces.....	32
II-6.2 Equilibre des moments.....	35
II-6.3 Conditions aux limites.....	36



II-7 Valeurs propres et directions propres d'un tenseur symétrique.....	37
II-7.1 Tenseur symétrique quelconque.....	37
II-7.2 Contraintes principales et directions principales des contraintes.....	39
II-7.3 Etats de contraintes particulières.....	40
II-7.3.1 Etat de tension ou compression hydrostatique.....	40
II-7.3.2 Etat de contraintes de révolution.....	41
II-7.3.3 Etat de traction ou de compression uniaxiale.....	42
II-7.3.4 Etat de cisaillement pur.....	42
II-7.3.5 Etat plan de contraintes.....	43
II-8 Cercles principaux - cercles de Mohr.....	43
II-8.1 Construction du cercle de Mohr.....	43
 CHAPITRE -III-.....	52
TENSEUR DES DEFORMATIONS.....	52
III-1 Déformation unidimensionnelle.....	52
III-2 Déformation bidimensionnelle.....	54
III-2.1 Signification géométrique des ϵ	56
III-2.2 Déformation homogène à deux dimensions.....	61
III-3 Déformation tridimensionnelle.....	61
III-3.1 Rotations infinitésimales.....	63
III-4 Déformations principales.....	64
III-5 Variation de volume.....	65
III-6 Equations de compatibilité.....	67
III-7 Conditions de continuité.....	68
III-8 Transformations dépendantes du temps.....	71
III-8.1 Vitesse de déformation.....	71
III-8.2 Vitesse de déformation généralisée.....	72
 CHAPITRE -IV-.....	74
APPLICATIONS ET PROPRIETES.....	74
IV-1 Partie sphérique et tenseur déviateur.....	74
IV-1.1 Partie sphérique.....	74
IV-1.2 Tenseur déviateur.....	75
IV-2 Cas des tenseurs $[\sigma]$ et $[\epsilon]$.....	77
IV-2.1 Déviateur des contraintes.....	77
IV-2.2 Déviateur des déformations.....	79

IV-3 Invariants	80
IV-3.1 Cas général	80
IV-3.1.1 La trace	80
IV-3.1.2 Equation caractéristique	81
IV-3.2 Application au tenseur des contraintes	82
IV-3.3 Application au déviateur des contraintes	82
IV-3.4 Application aux déformations et vitesses de la déformation	83
IV-3.5 Travail et puissance de déformation	84
 CHAPITRE -V-	 87
ELASTICITE LINEAIRE ISOTROPE	87
V-1 Loi de Hooke	87
V-1.1 Cas particuliers	88
V-2 Equation de comportement	89
V-3 Résolutions des problèmes d'élasticité	96
V-4 Potentiel élastique	98
V-5 Equation d'équilibre en fonction des déplacements	100
 SECONDE PARTIE	 102
 CHAPITRE -VI-	 103
THEORIE DE LA PLASTICITE	103
VI-1 INTRODUCTION	103
VI-1.1 Essai de traction - Présentation	103
VI-1.2 Caractéristiques déterminées dans l'essai de traction	106
VI-1.2.1 Norme AFNOR	106
VI-1.2.2 Déformation	108
VI-1.2.3 Charge de rupture R	109
VI-1.3 diagramme de traction	111
VI-1.3.1 Courbe contrainte-allongement $\sigma = f(\epsilon)$	112
VI-1.3.2 Courbe d'écrouissage $\sigma = f(Z)$	113
VI-1.3.3 Courbe de consolidation $\sigma = f(\epsilon)$	114
VI-2 CRITERES DE PLASTICITE	116
VI-2.1 Introduction et position du problème	116
VI-2.2 Idéalisations classiques du comportement plastique à une dimension	117
VI-2.3 Présentation et définition	118
VI-2.4 Etude de $f(\sigma_0) = 0$	119

VI-2.4.1 Plasticité isotrope	119
VI-2.4.2 Effet de la pression hydrostatique	120
VI-2.4.3 Effet Bauschinger	121
VI-2.5 Critère de Rankine	123
VI-2.5.1 Énoncé: critère de la contrainte principale maximale	123
VI-2.5.2 Formulation	123
VI-2.5.3 Valeurs de k et k'	123
VI-2.5.4 Image du critère pour $\sigma_3 = 0$	124
VI-2.5.5 Conséquence: cas de la torsion	125
VI-2.6 Critère de Von-Mises	126
VI-2.6.1 Énoncé: critère de la contrainte tangentielle octaédrique ou de l'énergie de changement de forme	126
VI-2.6.2 Formulation	126
VI-2.6.3 Détermination de K	126
VI-2.6.4 Représentation géométrique	127
VI-2.6.5 Interprétation physique du critère de Von-Mises	129
VI-2.6.6 Expressions simplifiées du critère de Von-Mises	129
VI-2.6.7 Conséquence: essai de torsion	133
VI-2.7 Critère de Tresca-Coulomb	133
VI-2.7.1 Énoncé: critère de la contrainte tangentielle maximale	133
VI-2.7.2 Formulation	133
VI-2.7.3 Représentation géométrique	134
VI-2.7.4 Détermination de k	136
VI-2.7.5 Expressions simplifiées du critère de Tresca-Coulomb	136
VI-2.7.6 Conséquence: cas de la torsion	139
VI-2.7.7 Écart entre les deux critères	139
VI-2.8 Critère de Stassi	140
VI-2.8.1 Énoncé	140
VI-2.8.2 Formulation	140
VI-2.8.3 Calcul de a et b	140
VI-2.8.4 Image du critère dans le plan $\sigma_1 \sigma_2$ ($\sigma_3 = 0$)	141
VI-2.8.5 Conséquence: essai de torsion	143
VI-2.9 Détermination expérimentale d'un critère	143
VI-2.10 Courbes et surfaces intrinsèques	146
VI-3 CONTRAINTES ET DEFORMATIONS EQUIVALENTES	150
VI-3.1 Contraintes équivalentes	150
VI-3.2 Déformation plastique EQUIVALENTE	152
VI-4 METHODES EXPERIMENTALES D'ANALYSE DES CONTRAINTES	155
VI-4.1 Extensométrie	156
VI-4.1.1 Principes généraux	156
VI-4.1.2 Divers types d'extensomètres	158
VI-4.2 Photoélasticité	159
VI-4.2.1 Principe de l'analyse des contraintes par photoélasticité	159
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	160

Avant propos

En premier lieu, cet ouvrage est destiné aux étudiants du 2nd cycle universitaire ainsi qu'aux futurs post-graduant en sciences des matériaux. Les notions de contraintes, de déformations et les lois qui les relient y sont exposées.

Le premier chapitre introduit la notion de tenseur. Le second chapitre analyse les forces qui agissent sur un élément de volume d'un solide et développe les notions de contraintes et de tenseur de contraintes. Sur le même schéma que le second chapitre, le troisième introduit le tenseur des déformations. Dans le quatrième chapitre sont présentées quelques applications et propriétés des deux tenseurs définis ci-dessus. Le cinquième chapitre expose des moyens de résolution des problèmes d'élasticité.

Dans le sixième chapitre, sont étudiées les conditions pour lesquelles une déformation atteint le domaine plastique. Un rappel des principales caractéristiques mécaniques obtenues lors d'un essai de traction ainsi que les principaux critères de plasticité (Von-Mises, Tresca, ...) qui permettent de préciser les limites du domaine élastique y sont également présentés. Enfin, quelques méthodes expérimentales d'analyse ou de visualisation des contraintes sont données à la fin de l'ouvrage.