

L2-L3

PHYSIQUE-LMD
Universités-Écoles d'ingénieurs



Vibrations, ondes

**Janine Bruneaux
Jean Matricon**

534-03.1

ellipses

Avant-propos

L'onde était transparente ainsi qu'aux plus beaux jours
La Fontaine

L'image qu'on associe le plus spontanément au mot « onde » est la petite ride qui se propage à la surface d'une flaque d'eau lorsqu'on y jette un caillou et l'étymologie nous le confirme : *unda* en latin, c'est l'eau courante. Aujourd'hui, notre monde technologique est rempli d'ondes de toutes sortes, bénéfiques ou maléfiques, que nous créons en permanence ou qui nous arrivent du fond de l'Univers. Et ce même mot « onde », qui, il y a peu de temps encore avait une connotation essentiellement poétique, est devenu porteur d'une symbolique plus inquiétante que rassurante, même si chacun sait que ce sont des ondes qui lui assurent une communication quasi instantanée avec le reste du monde.

Parmi tous les concepts qui fondent la physique, celui d'onde est un des rares que la science grecque antique, si riche par ailleurs, ait complètement ignoré. Dans ce pays où l'eau est omniprésente, et où les vagues et la houle sont vécues au quotidien, il ne semble pas que l'idée abstraite d'onde, qui implique un mouvement sans modification durable du milieu traversé, ait émergé. Autant l'acoustique, en particulier celle des instruments à corde, avait connu depuis Pythagore un engouement constant, et une mathématisation assez poussée, autant les mécanismes par lesquels le son allait de la corde à nos oreilles ont été ignorés. Il y eut cependant de remarquables travaux en acoustique architecturale, comme en témoigne l'extraordinaire clarté sonore des amphithéâtres.

On décrivait bien le mouvement d'objets matériels, massifs, tels la flèche de Zénon, mais ni la propagation de la lumière, ni celle du son n'étaient associées à un quelconque « mouvement ». Le tournant se fait au XVII^e siècle avec le Père Marin Mersenne (1588-1648), qui comprend la nature ondulatoire du son, dont il mesure la vitesse, et Christiaan Huygens (1629-1695), dont le nom reviendra maintes fois dans cet ouvrage, qui invente la notion d'onde lumineuse, et en fait d'emblée un outil efficace. À partir de ces premiers résultats, la notion d'onde se développe et se raffine. L'idée que l'information que porte l'onde se propage avec une vitesse finie est confirmée par des mesures de cette vitesse (Rømer en 1676).

Du XVII^e siècle à nos jours, la notion d'onde va se généraliser et s'appliquer à de nouveaux phénomènes, parfois à travers des luttes mémorables. L'exemple de la lumière, qu'Isaac Newton (1642-1727) interprète comme portée par des particules et non des ondes, est resté célèbre : outre les rivalités d'école auxquelles il a servi de prétexte, il a incité les physiciens du XIX^e siècle, surtout Thomas Young (1773-1829) et Augustin Fresnel (1788-1827) à en prouver le caractère ondulatoire par des expériences toujours spectaculaires.

Ce n'est pas tout de montrer qu'un phénomène est associé à une onde, il faut aussi

établir quelle est la nature de cette onde. Pour l'acoustique, le rôle de l'air fut mis en évidence dès le XVII^e siècle par Robert Boyle (1627-1691) : il montra qu'une cloche cesse d'être audible lorsqu'on fait le vide autour d'elle, ce qui prouve que le son est une vibration de l'air se propageant de proche en proche, comme le fait une vague sur l'eau.

La nature de la lumière ne fut établie qu'à la fin du XIX^e siècle par James Clerk Maxwell (1831-1879) grâce à sa théorie électromagnétique, et tout fut remis en question par Albert Einstein (1879-1959) lorsqu'il prouva que la lumière était portée simultanément par une onde et par des corpuscules ; il n'était même pas nécessaire de recourir à un hypothétique « éther » pour la propagation de la partie onde. Cette association d'une onde à une particule devint avec Louis de Broglie (1892-1987) la clé de la nouvelle description quantique de la matière. Le XX^e siècle a vu d'autres types d'ondes apparaître, dont certaines, comme les ondes gravitationnelles, sont à ce jour encore purement hypothétiques, mais de gigantesques détecteurs en cours d'achèvement partent sur leurs traces.

Le but du présent ouvrage n'est pas de donner une description exhaustive de tous les types d'ondes connus à ce jour. Seules y figurent celles qui relèvent d'une description « classique », même si cette description ne peut être que partielle pour certaines d'entre elles. Le point de vue adopté consiste à recenser dans un premier temps tout ce que les différents types d'ondes ont en commun, à commencer par le caractère vibratoire du système qui les engendre. Les chapitres 1, 2 et 3 contiennent des rappels sur les systèmes vibrants, ainsi que des compléments permettant d'envisager ces « vibreurs » comme des systèmes physiques et non comme des objets abstraits. Le chapitre 4 donne quelques outils mathématiques ainsi que des notions sur des objets conceptuels (traitement du signal) qui permettent d'englober dans un même cadre descriptif des phénomènes de natures très différentes. Le chapitre 5 rappelle quelques notions de base de l'électromagnétisme.

Le chapitre 6 est une approche paradigmatique du phénomène ondulatoire, qui cherche à modéliser le concept d'onde dans une description générale s'appliquant à tous les types d'ondes abordés par la suite. Les chapitres 7 à 11 explorent chacun un système physique spécifique et décrivent les ondes qui le parcourent, et leurs interactions avec le milieu : ondes sonores et acoustique (en particulier l'acoustique musicale), ondes à la surface d'un liquide et dans les milieux rigides, enfin ondes électromagnétiques, en particulier les ondes lumineuses. Le dernier chapitre développe quelques aspects de l'interaction entre les ondes électromagnétiques et la matière.

Au long des chapitres, quelques expériences simples sont proposées. Elles ne nécessitent jamais un équipement scientifique sophistiqué et sont faciles à réaliser. Leur interprétation peut rendre lumineuses des propriétés qu'une équation ne suggère pas forcément d'emblée. L'ouvrage se termine par quelques exercices avec solution, classés par chapitre, qui permettent d'aborder des applications simples, en général très classiques, des sujets traités dans le chapitre correspondant.

La trame de ce livre repose sur un enseignement que les auteurs ont dispensé pendant une vingtaine d'années aux étudiants en seconde année de DEUG et en licence de physique à l'université Paris 7 Denis Diderot. Parmi les multiples sources de référence, les auteurs tiennent à souligner l'importance de deux ouvrages fondateurs, le tome "Waves", volume 3 du Berkeley Physics course, rédigé par Franck S. Crawford Jr., édité chez McGraw-Hill et l'incontournable "Feynman Lectures on Physics", édité chez Addison-Wesley.

Les auteurs souhaitent remercier tous ceux de leurs collègues qui ont accepté de compléter leurs notes et de relire leur manuscrit, en particulier Christian Ricolleau, Yves Delaval et Michael Bazot.

Table des matières

Préface	3
Préface	5
Avant-propos	5
1 Oscillateurs simples	17
1.1 Les systèmes isolés	17
1.1.1 Quelques oscillateurs harmoniques simples	17
a) Une masse suspendue à un ressort	17
b) Le pendule simple	20
c) Le pendule de torsion	21
d) Le circuit électrique oscillant	22
e) L'oscillateur d'Helmholtz	23
f) Les oscillations d'un atome fictif	25
1.1.2 Aspects énergétiques (oscillateur mécanique)	27
a) Établissement de l'équation du mouvement	27
b) Énergie cinétique	27
c) Énergie potentielle	27
d) Énergie totale	27
e) Valeurs moyennes des deux formes d'énergie	28
1.1.3 Analogies entre oscillateurs harmoniques	28
1.2 L'oscillateur amorti	29
1.2.1 Équation du mouvement	29
a) Mouvement pseudo-périodique : $\Delta < 0$	30
b) Mouvement apériodique : $\Delta > 0$	31
c) Amortissement critique : $\Delta = 0$	31
1.2.2 Énergies du mouvement pseudo-périodique	32
a) Énergie cinétique E_c	32
b) Énergie potentielle E_p	32
c) Énergie totale de l'oscillateur E_t	32
1.2.3 Facteur de qualité du mouvement pseudo-périodique	33
1.2.4 Facteurs de qualité de quelques phénomènes de résonance	34
1.3 Oscillateur entraîné	34
1.3.1 Mise en équation du problème	34
1.3.2 Résolution de l'équation	34
a) Recherche d'une solution particulière	35
b) Solution générale de l'équation	35

c) Etude de la phase	36
d) Etude de l'amplitude	36
e) Largeur de la résonance pour un amortissement faible - facteur de qualité	37
f) Résonance de la vitesse	38
1.3.3 Bilan énergétique d'un oscillateur entraîné	38
1.3.4 Oscillateur non amorti entrete nu avec une fréquence proche de la fréquence de résonance	39
a) $\omega \rightarrow \omega_0$: phénomène de battements	39
b) Cas particulier : $\omega = \omega_0$	40
2 Oscillateurs anharmoniques	41
2.1 Introduction	41
2.2 Oscillations de grande amplitude d'un pendule	41
2.3 Oscillations transverses : une masse et deux ressorts	44
2.4 Oscillations de relaxation	45
2.4.1 Introduction	45
a) Principe	45
b) Variabilité de la période	46
2.4.2 Oscillateur électrique	46
2.4.3 Le Vase de Tantale	46
2.4.4 L'horloge à foliot	47
3 Systèmes à plusieurs degrés de liberté	49
3.1 Systèmes à deux degrés de liberté	49
3.1.1 Oscillations libres	49
a) Oscillateur constitué de deux masses et trois ressorts	50
b) Oscillateurs acoustiques couplés	53
c) Le pendule double	55
d) Cas général : utilisation du calcul matriciel	58
3.1.2 Oscillations entretenues	59
3.2 Systèmes à nombre élevé de degrés de liberté	62
3.2.1 Oscillations longitudinales libres d'une chaîne de N masses	62
a) Choix d'une forme de solution	63
b) Discussion des solutions	64
3.2.2 Vibrations longitudinales forcées d'un système de N masses	65
3.2.3 Vibrations transversales libres d'une chaîne de N masses	66
3.3 Passage au continu	67
3.3.1 Hypothèses simplificatrices	67
3.3.2 Mise en équation	67
3.3.3 Limite des hypothèses	68
3.4 Formulation lagrangienne de la mécanique	69
3.4.1 Généralités	69
3.4.2 Coordonnées généralisées	70
3.4.3 Equations du mouvement en coordonnées généralisées, Lagrangien	71

3.4.4	Cas particulier des contraintes indépendantes du temps et des forces dérivant d'un potentiel	71
3.4.5	Application au pendule simple	72
4	Traitement du signal	73
4.1	Définitions	73
4.2	La réponse linéaire	74
4.2.1	Introduction	74
4.2.2	La réponse linéaire dans un cas simple	74
4.2.3	Réponse d'un oscillateur à une marche	75
4.2.4	Réponse d'un oscillateur à une impulsion	76
4.2.5	Réponse d'un oscillateur à un signal sinusoïdal	77
4.2.6	Réponse d'un oscillateur à un signal quelconque	78
4.3	Cas général	79
4.3.1	Réponse impulsionnelle	80
4.3.2	Réponse à un signal quelconque	80
4.3.3	Réponse à un signal sinusoïdal	81
4.3.4	Réponse à un signal périodique	81
4.4	Quelques propriétés de la fonction système	82
4.5	Une application : la somme de Poisson	82
5	Electromagnétisme	83
5.1	Champs électrique et magnétique	83
5.1.1	Le champ électrostatique $\vec{E}_S$	83
	a) Expressions du champ créé par quelques distributions	83
	b) Les propriétés du champ électrostatique $\vec{E}_s$	84
5.1.2	Polarisation de la matière : vecteur déplacement $\vec{D}$	84
	a) Moment dipolaire des atomes ou molécules	84
	b) Champ électrostatique $\vec{E}_s$ dans les milieux diélectriques	85
	c) Le vecteur déplacement $\vec{D}$ dans les milieux diélectriques	85
5.1.3	Le champ magnétique $\vec{B}$	85
	a) Expression du champ magnétique ; loi de Biot et Savart	85
	b) Propriétés du champ magnétostatique $\vec{B}$ et potentiel vecteur $\vec{A}$	86
5.1.4	Le champ électrique $\vec{E}$	86
	a) Champ d'induction $\vec{E}_i$	86
	b) Propriétés locales du champ électrique $\vec{E}$	87
5.1.5	Aimantation de la matière et champ auxiliaire $\vec{H}$	87
	a) Courants d'aimantation (ou ampériens)	87
	b) Le champ auxiliaire $\vec{H}$	87
	c) Susceptibilité et permittivité	87
5.2	L'équation manquante	88
5.3	Exemples d'application	89
5.3.1	Condensateur	89
5.3.2	Une charge homogène dans une sphère de rayon R	90
5.4	La jauge de Lorentz	91
5.5	Les équations de Maxwell	91
5.6	Energies électrostatique et magnétostatique	92

5.6.1	Énergie électrostatique	92
5.6.2	Énergie magnétostatique	93
5.6.3	Le vecteur de $\vec{E} \wedge \vec{B}$ et sa valeur moyenne dans le temps	94
6	Généralités sur les ondes	95
6.1	Caractériser une onde, au sens physique ?	95
6.2	Caractère général du phénomène ondulatoire	96
6.3	Etude de quelques cas particuliers	97
6.3.1	Le ressort tendu	97
6.3.2	La ligne coaxiale	100
6.3.3	La propagation d'un ébranlement dans un gaz	102
6.3.4	Le potentiel vecteur	103
6.4	Propriétés générales des équations d'onde	104
6.4.1	Les conditions aux limites	104
	a) Les sources	104
	b) Les conditions topographiques	104
6.4.2	Les différents types de coordonnées	105
	a) Coordonnées cartésiennes x, y, z	105
	b) Coordonnées cylindriques r, θ, z	106
	c) Coordonnées sphériques r, θ, φ	107
6.5	Conditions générales de propagation des ondes	107
6.6	Propagation d'une onde plane réelle	109
6.6.1	Vitesse de phase	109
6.6.2	Propagation d'un train d'ondes, vitesse de groupe	110
6.6.3	Exemple d'un milieu dispersif : le verre	110
6.7	Résolution de l'équation d'ondes	111
6.7.1	Les sources	112
6.7.2	Choix de la fonction de Green	113
6.8	Annexe : Le théorème de Green	116
7	Ondes sonores	117
7.1	Acoustique physique	117
7.1.1	Introduction	117
7.1.2	Etablissement de l'équation de propagation	118
	a) Equation dynamique	118
	b) Equation de continuité (ou conservation de la masse)	120
	c) Le vecteur vitesse	120
	d) Equation d'état du fluide	120
	e) Mise en équation	121
	f) Equations de propagation	122
	g) La vitesse du son	122
7.1.3	Solution des équations de propagation - impédance acoustique	124
7.1.4	Énergie d'une onde sonore	124
	a) Énergie cinétique et potentielle dans un petit volume V_0	124
	b) Intensité acoustique	125
	c) Cas des ondes planes progressives sinusoïdales	125
7.1.5	Échelle logarithmique d'intensité sonore	126

7.1.6	Onde sonore passant d'un milieu dans un autre	127
a)	Lois de Descartes	127
b)	Coefficients de transmission et de réflexion	128
c)	Transmission totale	129
d)	Réflexion totale	130
e)	Quelques situations de réflexion totale sur une surface solide	130
f)	Effets de gradient de vitesse	131
g)	Source mobile : effet Doppler	131
7.1.7	Propagation à une dimension	133
a)	Définition et propriétés	133
b)	Impédance ramenée	133
c)	Application : adaptation d'impédance	134
7.1.8	Propagation dans des tubes	135
a)	Tube infini	135
b)	Etude des modes vibratoires d'un tuyau	135
c)	Tube fermé aux deux extrémités	136
d)	Deux tubes couplés de diamètres différents	136
7.1.9	Annexe 1 : Théorème de la circulation	139
7.1.10	Annexe 2 : Méthode des caractéristiques	140
a)	Equations de base	140
b)	Application : un piston vertical en chute libre dans un tube	140
7.2	Acoustique musicale et instrumentale	142
7.2.1	Introduction	142
7.2.2	Les résonnateurs	142
a)	Les cordes vibrantes	142
b)	Les tuyaux sonores	147
7.2.3	Les excitateurs	155
a)	Instruments à cordes	155
b)	Instruments à vent	155
c)	La voix humaine - le chant	157
7.2.4	Les échelles musicales	159
a)	Introduction	159
b)	Les gammes	159
8	Ondes à la surface d'un liquide	163
8.1	Introduction	163
8.2	Position du problème	163
8.3	Les vagues de gravité	165
8.3.1	Milieu infiniment profond	165
8.3.2	Effet de profondeur	167
8.3.3	Circulation de l'eau dans une vague	168
8.3.4	Les ondes stationnaires	170
8.3.5	Etude du mouvement de l'eau au cours du temps	170
8.3.6	Etude de l'aspect de la surface à un instant donné	171
8.4	Ondes capillaires	173
8.4.1	Vitesse de phase, vitesse de groupe	174
8.4.2	Applications	176

a) Vagues de gravité en eau profonde	176
b) Vagues capillaires	176
c) Transport d'énergie	176
8.5 Quelques exemples	177
8.5.1 Vagues de gravité en eau profonde : ondes dispersives	177
8.5.2 Ondes de gravité en eau peu profonde : ondes non dispersives	177
8.5.3 Ondes solitaires	177
9 Ondes élastiques	179
9.1 Introduction	179
9.2 Théorie linéaire de l'Elasticité	179
9.2.1 Modèle simplifié	179
9.2.2 Vibrations longitudinales d'un barreau	181
9.2.3 Cas général	181
a) Tenseur des déformations	181
b) Tenseur des contraintes	184
9.2.4 L'élasticité linéaire	186
9.2.5 Étude de quelques situations simples	186
a) Contrainte uniaxiale	186
b) Cisaillement	189
9.2.6 Expression de la force exercée sur un volume élémentaire	190
9.2.7 Cas particulier : torsion longitudinale d'une barre	191
9.3 Ondes élastiques dans les solides	194
9.3.1 Position du problème	194
9.3.2 Les deux types d'ondes (longitudinale et transversale)	195
9.3.3 Cas général	196
9.3.4 Ondes superficielles ou ondes de Rayleigh	197
10 Ondes électromagnétiques	201
10.1 Les ondes électromagnétiques dans le vide	201
10.1.1 Les équations d'onde	201
10.1.2 L'onde plane électromagnétique	201
a) Les équations de propagation	201
b) Quelques étapes de la mesure de la vitesse de la lumière	202
c) Propriétés générales des ondes planes	205
d) L'onde plane électromagnétique monochromatique	206
e) Polarisation	207
10.1.3 Le vecteur de Poynting	209
a) Expression générale	209
b) Le vecteur de Poynting d'une onde E.M	209
c) Quelques valeurs de champs électriques	210
d) Photométrie	210
10.1.4 Le spectre des O.E.M	212
a) Ondes radio : $0,3\text{ m} < \lambda < 10^3\text{ m}$	213
b) Micro-ondes : $1\text{ mm} < \lambda < 30\text{ cm}$	213
c) Infrarouge (IR) : $0,7\text{ }\mu\text{m} < \lambda < 1\text{ mm}$	214
d) Lumière visible : $4 \cdot 10^{-6}\text{ m} < \lambda < 7 \cdot 10^{-6}\text{ m}$	215

e) Rayonnement ultraviolet (UV) ; $10^{-8} \text{ m} < \lambda < 3,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$	215
f) Les rayons X ; $6 \cdot 10^{-12} \text{ m} < \lambda < 10^{-8} \text{ m}$	216
g) Les rayons γ ; $6 \cdot 10^{-14} \text{ m} < \lambda < 10^{-10} \text{ m}$	216
10.2 Les OEM dans les milieux matériels	217
10.2.1 Les équations de Maxwell dans les milieux matériels	217
10.2.2 Propagation des OEM dans les milieux polarisables	219
a) Réflexion et réfraction sur un diélectrique : lois de Snell-Descartes	219
b) Une application des lois de Descartes : l'arc-en-ciel	221
c) Conditions de raccordement à la surface d'un diélectrique	224
d) Onde N polarisée normalement au plan d'incidence	225
e) Onde P polarisée dans le plan d'incidence	226
f) Angle de Brewster	227
g) Coefficients de réflexion et de transmission	228
h) Réflexion totale, onde évanescente	229
10.2.3 Propagation d'une OEM dans un conducteur	233
a) Equations de Maxwell dans un conducteur	233
b) Cas des bons conducteurs	234
c) Ordre de grandeur des épaisseurs de peau	235
d) Réflexion et transmission à la surface d'un métal	235
e) Calcul des amplitudes	236
10.3 Ondes électromagnétiques guidées	237
10.3.1 Onde transverse électrique (TE) dans un guide rectangulaire	237
a) Equation de propagation	237
b) Relation de dispersion et fréquence de coupure	238
c) Vitesse de phase et vitesse de groupe	239
d) Angle limite sous lequel une onde peut pénétrer dans le guide	240
e) Champ magnétique de l'onde transverse électrique TE	241
10.3.2 Les différents modes TE, TM et TEM	242
a) Guide d'onde rectangulaire	242
b) Guide d'onde circulaire	242
c) Ligne triplaque et ligne à ruban (microstrip)	242
10.3.3 Les fibres optiques	243
a) Fibre à saut d'indice	243
b) Fibre monomode	244
c) Fibre à gradient d'indice	245
10.4 Rayonnement électromagnétique	246
10.4.1 Position du problème	246
10.4.2 Le dipôle variable	247
10.4.3 Le dipôle sinusoïdal	250
10.4.4 Impédance du dipôle	251
10.4.5 Retour sur le champ électrique du dipôle sinusoïdal : champs proche et lointain	253
10.4.6 Emission d'un électron classique	253
10.4.7 Rayonnement diffusé. Section efficace de rayonnement	255
10.4.8 Diffusions Rayleigh et Thomson - Section efficace résonnante	256
a) Diffusion Rayleigh - le bleu du ciel	256
b) Diffusion Thomson	256

c) Section efficace résonnante	256
d) Polarisation de la lumière diffusée	256
10.4.9 Annexe : calcul des champs électrique et magnétique à la distance r du dipôle p	258
a) Calcul du potentiel vecteur $\vec{A}$	258
b) Calcul du champ magnétique $\vec{B}$	258
c) Calcul du potentiel scalaire V	259
d) Calcul du champ électrique $\vec{E}$	259
e) Expressions des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ lointains	260
11 Les ondes lumineuses	261
11.1 Historique des théories de la lumière	261
11.2 Les interférences	264
11.2.1 La lumière comme onde vectorielle	264
11.2.2 Interférences et cohérence	264
a) Conditions d'obtention des interférences	264
b) Sources cohérentes et incohérentes	264
c) Cohérence spatiale et cohérence temporelle	265
d) Largeur spectrale : relation avec le temps de cohérence	267
e) Cohérences spatiales longitudinale et transversale	270
f) Un exemple d'interférences : les arcs surimposés d'un arc-en-ciel	273
11.2.3 Les interféromètres à deux ondes	274
a) Systèmes à franges non localisées	274
b) Systèmes à franges localisées	279
11.2.4 Les interféromètres à ondes multiples	282
a) Ondes multiples à travers une lame mince	282
b) Utilisation spectroscopique d'un Fabry-Perot	284
11.3 Théorie scalaire de la diffraction (Kirchhoff-Fresnel)	286
11.3.1 Le principe d'Huygens	286
11.3.2 Théorème de Green et formule de Kirchhoff	287
11.3.3 Formule de Fresnel-Kirchhoff	288
11.3.4 Principe des écrans complémentaires ou écrans de Babinet	290
11.4 Diffraction à l'infini	291
11.4.1 Diffraction de Fraunhofer et diffraction de Fresnel	291
11.4.2 L'approximation de Fraunhofer : diffraction à l'infini	292
11.4.3 Quelques cas de diffraction de Fraunhofer	293
a) La fente de hauteur infinie le long de l'axe $y'y$ et de largeur b (figure 11-33)	293
b) La fente rectangulaire de dimensions a et b (figure 11-35)	295
c) L'ouverture circulaire de rayon R (figure 11-36)	295
d) Diffraction par deux fentes infinies parallèles (figure 11-39)	297
e) Diffraction par un réseau de N fentes	298
11.4.4 Optique de Fourier	301
a) Réseau créneau	302
b) Réseau sinusoïdal	303
c) Réseau de phase	303

d) Filtrage spatial	304
11.5 Diffraction de Fresnel	307
11.5.1 Zones de Fresnel	307
11.5.2 Théorie de l'ombre géométrique	309
a) Cas d'une ouverture quelconque	310
b) Ouverture rectangulaire : spirale de Cornu	314
c) Utilisation de la spirale de Cornu	315
d) Normalisation	316
e) Cas particuliers	317
11.6 Notions élémentaires sur l'holographie	319
12 Interaction rayonnement-matière	321
12.1 Absorption du rayonnement	321
12.2 Diffusion par les électrons liés	323
12.2.1 Diffusion Rayleigh et diffusion Thomson	323
12.2.2 Luminescence	323
12.3 Diffusion par un électron, effet Compton	324
12.4 Diffraction des rayons X par la matière	325
12.4.1 Le spectre de rayons X	325
12.4.2 Interaction des rayons X avec la matière	326
12.4.3 Les réseaux cristallins	327
a) Réseau et maille	327
b) Systèmes cristallins et réseaux de Bravais	327
c) Plans réticulaires	329
d) Diffraction : loi de Bragg	329
12.5 Le rayonnement du corps noir	331
12.5.1 Modèle classique du corps noir	331
12.5.2 Modèle de Planck : l'incontournable quantification	331
12.5.3 Fonction de Planck pour différentes températures	333
Conclusion	335
13 Exercices et Appendice	337
13.1 Exercices	337
13.1.1 Chapitre 1 - Les oscillateurs simples	337
13.1.2 Chapitre 3 - Systèmes à plusieurs degrés de liberté	337
13.1.3 Chapitre 7 - Acoustique	338
13.1.4 Chapitre 8 - Ondes à la surface d'un liquide	340
13.1.5 Chapitre 9 - Les ondes élastiques	340
13.1.6 Chapitre 10 - Ondes électromagnétiques	341
13.1.7 Chapitre 11 - Optique	344
13.2 Appendice	347
13.2.1 Constantes fondamentales	347
13.2.2 Données terrestres et solaires	348
13.2.3 Quelques relations utiles en algèbre vectorielle	349
13.2.4 Quelques formules utiles	349
1) Relations entre les fonctions trigonométriques	349
2) Relations entre les fonctions hyperboliques	349

3) Développements en série	350
Index	351
1) Les nombres entiers	
1.1) Définitions	
1.2) Propriétés	
1.3) Opérations	
1.4) Division	
1.5) Nombres premiers	
1.6) Théorème de Fermat	
1.7) Théorème de Wilson	
1.8) Théorème de Lagrange	
1.9) Théorème de Dirichlet	
1.10) Théorème de Goldbach	
1.11) Théorème de Mersenne	
1.12) Théorème de Sophie Germain	
1.13) Théorème de Littlewood	
1.14) Théorème de Vinogradov	
1.15) Théorème de Bombieri	
1.16) Théorème de Heath-Brown	
1.17) Théorème de Friedlander et Iwaniec	
1.18) Théorème de Goldston et Pomerance	
1.19) Théorème de Ford et Green	
1.20) Théorème de Ford et Green	
1.21) Théorème de Ford et Green	
1.22) Théorème de Ford et Green	
1.23) Théorème de Ford et Green	
1.24) Théorème de Ford et Green	
1.25) Théorème de Ford et Green	
1.26) Théorème de Ford et Green	
1.27) Théorème de Ford et Green	
1.28) Théorème de Ford et Green	
1.29) Théorème de Ford et Green	
1.30) Théorème de Ford et Green	
1.31) Théorème de Ford et Green	
1.32) Théorème de Ford et Green	
1.33) Théorème de Ford et Green	
1.34) Théorème de Ford et Green	
1.35) Théorème de Ford et Green	
1.36) Théorème de Ford et Green	
1.37) Théorème de Ford et Green	
1.38) Théorème de Ford et Green	
1.39) Théorème de Ford et Green	
1.40) Théorème de Ford et Green	
1.41) Théorème de Ford et Green	
1.42) Théorème de Ford et Green	
1.43) Théorème de Ford et Green	
1.44) Théorème de Ford et Green	
1.45) Théorème de Ford et Green	
1.46) Théorème de Ford et Green	
1.47) Théorème de Ford et Green	
1.48) Théorème de Ford et Green	
1.49) Théorème de Ford et Green	
1.50) Théorème de Ford et Green	
1.51) Théorème de Ford et Green	
1.52) Théorème de Ford et Green	
1.53) Théorème de Ford et Green	
1.54) Théorème de Ford et Green	
1.55) Théorème de Ford et Green	
1.56) Théorème de Ford et Green	
1.57) Théorème de Ford et Green	
1.58) Théorème de Ford et Green	
1.59) Théorème de Ford et Green	
1.60) Théorème de Ford et Green	
1.61) Théorème de Ford et Green	
1.62) Théorème de Ford et Green	
1.63) Théorème de Ford et Green	
1.64) Théorème de Ford et Green	
1.65) Théorème de Ford et Green	
1.66) Théorème de Ford et Green	
1.67) Théorème de Ford et Green	
1.68) Théorème de Ford et Green	
1.69) Théorème de Ford et Green	
1.70) Théorème de Ford et Green	
1.71) Théorème de Ford et Green	
1.72) Théorème de Ford et Green	
1.73) Théorème de Ford et Green	
1.74) Théorème de Ford et Green	
1.75) Théorème de Ford et Green	
1.76) Théorème de Ford et Green	
1.77) Théorème de Ford et Green	
1.78) Théorème de Ford et Green	
1.79) Théorème de Ford et Green	
1.80) Théorème de Ford et Green	
1.81) Théorème de Ford et Green	
1.82) Théorème de Ford et Green	
1.83) Théorème de Ford et Green	
1.84) Théorème de Ford et Green	
1.85) Théorème de Ford et Green	
1.86) Théorème de Ford et Green	
1.87) Théorème de Ford et Green	
1.88) Théorème de Ford et Green	
1.89) Théorème de Ford et Green	
1.90) Théorème de Ford et Green	
1.91) Théorème de Ford et Green	
1.92) Théorème de Ford et Green	
1.93) Théorème de Ford et Green	
1.94) Théorème de Ford et Green	
1.95) Théorème de Ford et Green	
1.96) Théorème de Ford et Green	
1.97) Théorème de Ford et Green	
1.98) Théorème de Ford et Green	
1.99) Théorème de Ford et Green	
2) Les nombres réels	
2.1) Définitions	
2.2) Propriétés	
2.3) Opérations	
2.4) Division	
2.5) Nombres irrationnels	
2.6) Théorème de Cantor	
2.7) Théorème de Baire	
2.8) Théorème de Weierstrass	
2.9) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.10) Théorème de Heine	
2.11) Théorème de Bolzano	
2.12) Théorème de Weierstrass	
2.13) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.14) Théorème de Heine	
2.15) Théorème de Bolzano	
2.16) Théorème de Weierstrass	
2.17) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.18) Théorème de Heine	
2.19) Théorème de Bolzano	
2.20) Théorème de Weierstrass	
2.21) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.22) Théorème de Heine	
2.23) Théorème de Bolzano	
2.24) Théorème de Weierstrass	
2.25) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.26) Théorème de Heine	
2.27) Théorème de Bolzano	
2.28) Théorème de Weierstrass	
2.29) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.30) Théorème de Heine	
2.31) Théorème de Bolzano	
2.32) Théorème de Weierstrass	
2.33) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.34) Théorème de Heine	
2.35) Théorème de Bolzano	
2.36) Théorème de Weierstrass	
2.37) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.38) Théorème de Heine	
2.39) Théorème de Bolzano	
2.40) Théorème de Weierstrass	
2.41) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.42) Théorème de Heine	
2.43) Théorème de Bolzano	
2.44) Théorème de Weierstrass	
2.45) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.46) Théorème de Heine	
2.47) Théorème de Bolzano	
2.48) Théorème de Weierstrass	
2.49) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.50) Théorème de Heine	
2.51) Théorème de Bolzano	
2.52) Théorème de Weierstrass	
2.53) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.54) Théorème de Heine	
2.55) Théorème de Bolzano	
2.56) Théorème de Weierstrass	
2.57) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.58) Théorème de Heine	
2.59) Théorème de Bolzano	
2.60) Théorème de Weierstrass	
2.61) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.62) Théorème de Heine	
2.63) Théorème de Bolzano	
2.64) Théorème de Weierstrass	
2.65) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.66) Théorème de Heine	
2.67) Théorème de Bolzano	
2.68) Théorème de Weierstrass	
2.69) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.70) Théorème de Heine	
2.71) Théorème de Bolzano	
2.72) Théorème de Weierstrass	
2.73) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.74) Théorème de Heine	
2.75) Théorème de Bolzano	
2.76) Théorème de Weierstrass	
2.77) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.78) Théorème de Heine	
2.79) Théorème de Bolzano	
2.80) Théorème de Weierstrass	
2.81) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.82) Théorème de Heine	
2.83) Théorème de Bolzano	
2.84) Théorème de Weierstrass	
2.85) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.86) Théorème de Heine	
2.87) Théorème de Bolzano	
2.88) Théorème de Weierstrass	
2.89) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.90) Théorème de Heine	
2.91) Théorème de Bolzano	
2.92) Théorème de Weierstrass	
2.93) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.94) Théorème de Heine	
2.95) Théorème de Bolzano	
2.96) Théorème de Weierstrass	
2.97) Théorème de Bolzano-Weierstrass	
2.98) Théorème de Heine	
2.99) Théorème de Bolzano	
2.100) Théorème de Weierstrass	