
Tamer Bécherrawy

Vibrations, ondes et optique

ondes
mécaniques

volume 2

534-05.1

Ermes

Lavoisier

TABLE DES MATIÈRES

Avant-propos	13
Tamer BÉCHERRAWY	
 Chapitre 1. Propagation dans les milieux illimités	 17
1.1. Phénomène de propagation	18
1.2. Equation de propagation à une seule dimension	20
1.3. Onde monochromatique, vecteur d'onde et longueur d'onde	22
1.4. Dispersion.	24
1.5. Vitesse de modulation, vitesse de groupe	25
1.6. Analyse de Fourier des ondes à une dimension.	28
1.7. Paquet d'ondes à une dimension	29
1.8. Equation de propagation à deux dimensions	34
1.9. Equation de propagation à trois dimensions.	36
1.10. Dispersion des ondes et paquets d'ondes à trois dimensions	40
1.11. Propagation d'une onde vectorielle	43
1.12. Energie des ondes	46
1.12.1. Ondes à une seule dimension	46
1.12.2. Ondes à trois dimensions.	48
1.13. Formalisme lagrangien des ondes	49
1.13.1. Onde à une dimension comme limite d'oscillateurs couplés	49
1.13.2. Ondes à deux dimensions et à trois dimensions	50
1.13.3. Ondes dans les milieux non isotropes	51
1.13.4. Ondes vectorielles	52

1.13.5. Lois de conservation	53
1.13.6. Impédance	55
1.14. Résumé	56
1.15. Conseils pour résoudre les exercices	60
1.16. Questions de réflexion.	61
1.17. Exercices	63
 Chapitre 2. Ondes élastiques	 69
2.1. Propriétés élastiques des solides, loi de Hooke	70
2.2. Oscillations longitudinales d'une chaîne de masses couplées par des ressorts, ressort massif	74
2.3. Ondes longitudinales le long d'une tige	78
2.4. Oscillations transversales d'une chaîne de masses sur une corde tendue	80
2.5. Ondes transversales sur une corde tendue	81
2.6. Polarisation des ondes transversales sur une corde.	82
2.6.1. Ondes linéairement polarisées	82
2.6.2. Ondes polarisées circulairement	83
2.6.3. Ondes polarisées elliptiquement	85
2.6.4. Ondes non polarisées	85
2.7. Énergie des ondes élastiques.	85
2.7.1. Onde longitudinale sur un ressort massif	85
2.7.2. Cas d'une onde longitudinale sur une tige	87
2.7.3. Cas d'une onde transversale sur une corde	90
2.8. Ondes sur une membrane élastique	93
2.9. Ondes sismiques	96
2.10. Propriétés générales des milieux élastiques isotropes	98
2.10.1. Tenseur de contrainte dans les milieux isotropes.	99
2.10.1.1. Forces de surface	100
2.10.1.2. Forces volumiques	101
2.10.2. Tenseur de déformation des milieux isotropes	102
2.10.3. Forme générale de la loi de Hooke dans les milieux isotropes.	103
2.10.4. Ondes élastiques dans les milieux homogènes et isotropes.	108
2.11. Quantification des ondes élastiques, phonons	109
2.12. Résumé	110
2.13. Conseils pour résoudre les exercices	114

2.14. Questions de réflexion	115
2.15. Exercices	116
Chapitre 3. Ondes sonores	123
3.1. Nature du son	125
3.2. Onde sonore dans un tuyau, vitesse du son	126
3.3. Vitesse du son dans les liquides et les solides	133
3.4. Ondes sonores progressives et ondes sonores harmoniques dans un tuyau	134
3.5. Énergie sonore	136
3.5.1. Densité d'énergie	136
3.5.2. Flux d'énergie	137
3.5.3. Cas d'une onde progressive	138
3.5.4. Cas d'une onde progressive harmonique	139
3.6. Onde sonore à trois dimensions	140
3.6.1. Relations générales, potentiel de vitesse	140
3.6.2. Ondes harmoniques planes	141
3.6.3. Ondes sphériques harmoniques	142
3.7. Effet Doppler-Fizeau	144
3.8. Pression de radiation sonore	147
3.9. Équations générales de la mécanique des fluides	148
3.9.1. Équation de conservation de la masse	149
3.9.2. Variation partielle et variation totale	149
3.9.3. Équation de mouvement d'un fluide	150
3.9.4. Cas d'une onde sonore	153
3.10. Émission, réception et enregistrement du son	156
3.10.1. Émission et réception du son	156
3.10.2. Enregistrement du son	159
3.10.2.1. Enregistrement analogique	159
3.10.2.2. Enregistrement numérique	159
3.11. Intensité physiologique du son	160
3.12. Hauteur des sons audibles	162
3.13. Notions d'acoustique architecturale	164
3.13.1. Insonorisation	165
3.13.2. Qualité d'audition dans les salles	165
3.13.2.1. L'écho et l'interférence	165
3.13.2.2. Réverbération	166

3.14. Infrasons et ultrasons	167
3.15. Résumé	171
3.16. Conseils pour résoudre les exercices	175
3.17. Questions de réflexion	176
3.18. Exercices	179
Chapitre 4. Ondes à la surface des liquides	187
4.1. Classification des ondes à la surface des liquides	188
4.2. Ondes dans un liquide peu profond	190
4.2.1. Equations générales des ondes dans un liquide peu profond	190
4.2.2. Ondes dans un canal de profondeur faible et constante	191
4.2.3. Ondes à deux dimensions dans les liquides peu profonds	194
4.3. Ondes dans un liquide profond	195
4.3.1. Potentiel de vitesse	195
4.3.2. Ondes dans un bassin rectangulaire ou un canal profonds	197
4.3.3. Ondes circulaires	202
4.3.4. Effet de la tension de surface	205
4.3.5. Energie des ondes de surface des liquides	207
4.3.6. Ondes de transition	209
4.3.6.1. Onde solitaire	209
4.3.6.2. Intumescence	210
4.4. Résumé	210
4.5. Conseils pour résoudre les exercices	213
4.6. Questions de réflexion	214
4.7. Exercices	215
Chapitre 5. Ondes amorties	217
5.1. Systèmes à constantes localisées, pendules couplés	217
5.2. Systèmes à constantes distribuées, équation de Klein-Gordon	220
5.3. Cas de dissipation d'énergie, équation des télégraphistes	224
5.3.1. Régime permanent dans le cas d'une force d'excitation constante	225
5.3.2. Régime permanent dans le cas d'une force d'excitation harmonique	225
5.3.3. Transport et dissipation d'énergie	227

5.4. Variation de l'intensité des ondes amorties	229
5.5. Atténuation des ondes sonores dans un milieu visqueux	230
5.6. Résumé	236
5.7. Conseils pour résoudre les exercices	238
5.8. Questions de réflexion	239
5.9. Exercices	240
 Chapitre 6. Réflexion et réfraction des ondes mécaniques	 245
6.1. Réflexion d'une onde élastique sur deux cordes jointes	246
6.2. Réflexion d'une onde sonore à une dimension	251
6.3. Lois de réflexion et de transmission des ondes à trois dimensions	256
6.3.1. Lois de réflexion et de réfraction à partir du principe de Huygens	256
6.3.2. Lois de réflexion et de réfraction à partir des conditions aux limites	258
6.4. Réflexion et réfraction d'une onde sonore à trois dimensions	261
6.5. Réflexion sur un milieu réactif et sur un milieu résistif	263
6.5.1. Réflexion sur un milieu réactif	264
6.5.2. Réflexion sur un milieu résistif	265
6.6. Résumé	265
6.7. Conseils pour résoudre les exercices	268
6.8. Questions de réflexion	269
6.9. Exercices	270
 Chapitre 7. Interférence et diffraction des ondes	 273
7.1. Ordre et franges d'interférence de deux ondes	274
7.2. Intensité et contraste	277
7.3. Interférence des ondes sonores	279
7.4. Principe de Huygens-Fresnel	281
7.5. Diffraction de Fraunhofer	283
7.5.1. Diffraction de Fraunhofer par une fente étroite	283
7.5.2. Diffraction de Fraunhofer par une ouverture rectangulaire	285
7.5.3. Diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire	286
7.6. Quelques applications de la diffraction	288
7.6.1. Cornets acoustiques ou de micro-ondes	288

7.6.2. Relations d'incertitude	289
7.7. Résumé	290
7.8. Conseils pour résoudre les exercices	292
7.9. Questions de réflexion	293
7.10. Exercices	294

Chapitre 8. Ondes stationnaires et ondes guidées 297

8.1. Ondes stationnaires	298
8.1.1. Forme mathématique des ondes stationnaires	298
8.1.2. Modes normaux	301
8.1.3. Ondes stationnaires sur une corde	303
8.1.3.1. Modes normaux.	303
8.1.3.2. Énergie et flux d'énergie des ondes stationnaires sur une corde	306
8.1.4. Analyse de Fourier des ondes stationnaires sur une corde	307
8.1.5. Ondes sonores stationnaires dans un tuyau	310
8.1.5.1. Tuyau sonore ouvert ou fermé aux deux extrémités	311
8.1.5.2. Tuyau sonore ouvert à une extrémité et fermé à l'autre	312
8.1.6. Ondes stationnaires sur une membrane élastique	313
8.1.6.1. Membrane rectangulaire.	313
8.1.6.2. Membrane circulaire.	316
8.1.7. Ondes stationnaires à trois dimensions, cavité sonore	318
8.1.7.1. Cavité rectangulaire	318
8.1.7.2. Cavité cylindrique	319
8.1.7.3. Densité des modes de haute fréquence	320
8.1.8. Résonance et ondes stationnaires.	321
8.2. Ondes guidées	322
8.2.1. Onde sonore entre deux plaques planes	322
8.2.2. Onde sonore dans un tuyau	325
8.2.2.1. Cas d'un tuyau rectangulaire	326
8.2.2.2. Cas d'un tuyau circulaire	328
8.2.3. Ondes sonores dans un pavillon	332
8.3. Résumé	335
8.4. Conseils pour résoudre les exercices	339
8.5. Questions de réflexion	340
8.6. Exercices	344

Réponses de quelques exercices	353
Annexe 1. Quelques relations mathématiques	369
Annexe 2. Unités en physique	387
Annexe 3. Quelques constantes physiques	391
Liste des symboles	395
Bibliographie	399
Index	403
Sommaire du volume 1	409

AVANT-PROPOS

Les phénomènes vibratoires et les phénomènes ondulatoires sont rencontrés dans toutes les branches de la physique : mécanique, géophysique, électromagnétisme, optique, physique quantique, etc. Certains ont commencé à être observés dans l'Antiquité ; mais leur analyse n'a commencé qu'au XVII^e siècle (les vibrations mécaniques, le son, les vibrations et les ondes élastiques, la lumière). Les vibrations et les ondes électromagnétiques ont été découvertes au XIX^e siècle. Le XX^e siècle a connu les ondes de matière.

Chaque domaine de la physique a ses propres concepts et même, parfois, son propre langage mathématique. Néanmoins, quelle que soit leur nature, les vibrations et les ondes ont des propriétés communes : modes, formes de l'énergie, superposition, interférence, diffraction, etc.

Le but de ce texte est d'étudier les ondes mécaniques au niveau de la première ou la seconde années universitaires et des classes préparatoires aux grandes écoles ainsi que pour la préparation des concours de CAPES et de l'agrégation. Notre objectif est pédagogique : mettre entre les mains de l'étudiant un texte qui lui permette d'aborder des études plus poussées. Il n'est pas conçu pour un cours de physique particulier. Les sujets étant de différents niveaux de difficulté, nous avons marqué d'un astérisque (*) les sections qui présentent quelques difficultés et qui peuvent être omises sans nuire à la continuité du texte.

Nous commençons par l'introduction des notions de base de la théorie des ondes dans les milieux illimités (chapitre 1) : équation de propagation à une, deux et trois dimensions, les solutions de ces équations, la densité et la propagation de l'énergie. Nous introduisons dans ce chapitre, comme sujet facultatif, le formalisme lagrangien qui permet notamment d'établir les équations générales de propagation et de formuler les lois de conservation. Le chapitre 2 est consacré à l'étude des ondes

élastiques d'abord dans des cas simples puis dans le cas général d'un milieu élastique et isotrope. Le chapitre 3 étudie les ondes sonores et le chapitre 4 facultatif étudie les ondes à la surface des liquides. Le chapitre 5 étudie l'amortissement des ondes dans les milieux réactifs et les milieux résistifs. Le chapitre 6 étudie la réflexion et la réfraction des ondes mécaniques et établit les lois de réflexion et de réfraction à partir des conditions aux limites. Le chapitre 7 est consacré à l'interférence et la diffraction des ondes et le chapitre 8 est consacré aux ondes dans les milieux limités sous la forme d'ondes stationnaires et ondes guidées. Ces deux chapitres peuvent être considérés comme un prélude à l'étude de l'interférence des ondes lumineuses, la réflexion et le guidage des ondes électromagnétiques, évitant les complications spécifiques à ces sujets.

L'étude des ondes nécessite quelques connaissances des équations différentielles linéaires et des équations aux dérivées partielles ; nous les introduisons au fur et à mesure. L'étude des ondes est une excellente opportunité pour étudier ces techniques mathématiques. Pour faciliter le travail, nous avons ajouté des annexes donnant les principales formules mathématiques utiles.

Nous avons essayé d'utiliser des notations claires, désignant chaque grandeur par un symbole particulier. Ainsi nous avons utilisé des symboles en italiques pour les grandeurs scalaires, en gras pour les grandeurs vectorielles et les symboles soulignés pour les grandeurs complexes. Les grandeurs de même type sont distinguées par un indice. Ainsi la force de frottement est désignée par $f_{(f)}$, la force d'excitation ou la force extérieure par $f_{(ex)}$, la force électrique par $F_{(E)}$, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle sont désignées par $E_{(C)}$ et $E_{(P)}$, etc.

Un vecteur unitaire est souvent représenté par e , les vecteurs unitaires des axes de référence sont désignés par e_x , e_y et e_z et les composantes d'un vecteur F par F_x , F_y et F_z . Pour faciliter l'écriture des équations, nous désignons parfois les coordonnées cartésiennes x , y et z par x_1 , x_2 et x_3 et nous utilisons la notation ∂_i pour la dérivation par rapport à x_i ($i = 1, 2, 3$) et ∂_t pour la dérivation par rapport au temps. Nous utilisons aussi la notation courante $\dot{u}$ pour la dérivée de u par rapport au temps.

Pour entraîner l'étudiant, nous avons inclus de nombreux exemples résolus dans le texte. A la fin de chaque chapitre, nous avons résumé les principaux résultats du chapitre et nous avons ajouté certains *conseils pour résoudre les exercices*. Nous avons inclus un certain nombre de *questions de réflexion* qui n'exigent souvent aucun calcul, mais une analyse du phénomène ou simplement une analyse ou une synthèse de certaines connaissances. Nous avons inclus aussi un bon nombre d'exercices, allant des simples applications à ceux qui introduisent de nouvelles

idées. Ces exercices sont groupés par sections identiques à celles du texte. Les exercices de difficulté moyenne sont marqués d'un losange (♦) tandis que ceux qui sont plutôt difficiles sont marqués de losanges (♦♦); cette classification dépend évidemment du niveau de connaissances du lecteur. Pour aider l'étudiant à résoudre les exercices, nous avons inclus une petite liste d'intégrales utiles, les unités et les constantes physiques et nous avons donné les réponses aux exercices à la fin du texte.

En écrivant ce texte, nous souhaitons rendre le sujet plus accessible et plus utile à l'étudiant et fournir un bon outil de travail à l'enseignant.

Tamer BÉCHERRAWY