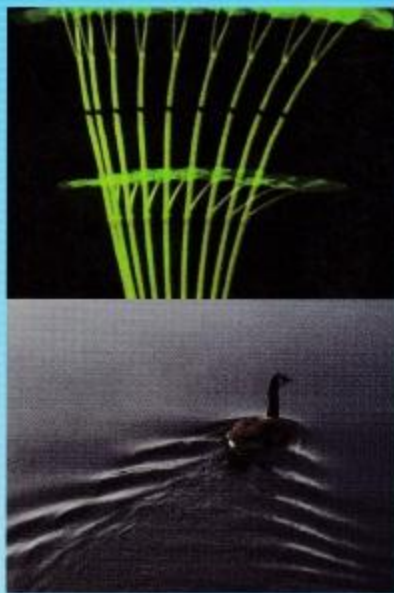


Dynamique et vibrations



Avant-Propos

Ce livre est le support d'un cours de dynamique et vibrations enseigné aux élèves de l'École polytechnique dans leur année de formation pluridisciplinaire. Il a donc été conçu non pas comme un cours avancé destiné à des étudiants se spécialisant dans la mécanique vibratoire, mais bien comme un cours générique permettant d'accéder à certains concepts essentiels associés à la dimension temporelle en mécanique.

Après des éléments d'analyse dimensionnelle au premier chapitre, on aborde ici la dynamique par la question de la propagation d'onde dans un milieu continu, au chapitre 2. Ensuite, en introduisant des conditions aux limites, l'apparition d'une nouvelle échelle de longueur conduit à une sélection des fréquences et la définition de modes propres au troisième chapitre. Ces modes propres sont alors utilisés pour représenter tout mouvement, grâce aux concepts de superposition et de projection modale. La dynamique de l'oscillateur élémentaire apparaît alors naturellement comme générique du comportement des modes. La notion de troncature modale permet de réduire la taille de la représentation modale d'un problème. Les équations de Lagrange sont alors introduites comme outils d'accès direct aux équations d'équilibre de la dynamique tronquée. Enfin, les effets de non-linéarités sur la dynamique de l'oscillateur et sur la dynamique des ondes sont introduits dans le quatrième chapitre.

La démarche du cours est donc assez particulière, si on la compare à celle de la plupart des ouvrages dans ce domaine. En effet, on présente usuellement ces mêmes concepts en partant de l'oscillateur linéaire et non linéaire, puis plusieurs oscillateurs, les équations de Lagrange et la construction modale et in fine la dynamique de milieux continus, modale et ondulatoire. Le choix d'une démarche quasiment inverse par rapport à l'habitude est liée à la connaissance qu'ont les étudiants de la mécanique des milieux continus, qui leur est enseignée peu avant ce cours à l'École polytechnique. De plus, s'agissant d'un cours générique, nous avons retenu une démarche qui nous semble plus formatrice, quoique moins progressive.

Une autre particularité de ce cours est d'aborder de façon indifférenciée la dynamique des fluides et des solides. On y traite en même temps les ondes de surface de Rayleigh et le sillage de Kelvin ; les modes de ballonnement sont abordés comme les modes de corde tendue. En effet, les concepts génériques évoqués plus haut trouvent des applications très enrichissantes dans ces deux domaines de la mécanique, trop souvent séparés. On trouvera dans un autre ouvrage des mêmes éditions comment aborder les couplages mécaniques entre les fluides et les solides.

Nous avons également choisi de joindre au texte du cours une série d'exercices corrigés, issus des examens du cours. Ils permettent d'en aborder les principaux concepts.

Le contenu de cet ouvrage doit beaucoup à de nombreux collègues, notamment ceux qui ont participé à la construction du projet de ce cours créé en 2001, en particulier Olivier Allix, Xavier Boutillon et Alain Millard. Nous y associons également les enseignants de travaux dirigés donnés dans le cadre du cours : Agnès Maurel, Benoît Roman et Charles Baroud.

Table des matières

1	ANALYSE DIMENSIONNELLE	7
1.1	Principes de l'analyse dimensionnelle	8
1.2	Paramètres adimensionnels en dynamique	9
1.3	Analyse dimensionnelle des équations	12
1.4	Conclusions	14
2	ONDES	15
2.1	Ondes non-dispersives	16
2.1.1	Élastodynamique	16
2.1.2	Corde tendue	22
2.2	Ondes dispersives	29
2.2.1	Corde tendue sur fondation élastique	29
2.3	Ondes de surface dans les solides	35
2.3.1	Ondes de Rayleigh	35
2.4	Ondes à la surface d'un fluide	39
2.4.1	Équation de dispersion en eau profonde	39
2.4.2	Ondes de sillage	42
2.5	Conclusion	45
3	MODES	47
3.1	Domaines finis	48
3.1.1	Effets des conditions au limites	48
3.1.2	Ondes dans un domaine borné	52
3.1.3	Représentation modale des mouvements	58
3.2	Dynamique de l'oscillateur	63
3.2.1	Transformée de Laplace	63
3.2.2	Solution générale	64
3.2.3	Réponse libre	64
3.2.4	Réponse impulsionnelle	65
3.2.5	Réponse forcée harmonique	66
3.2.6	Effet de l'amortissement	69
3.3	Application de la représentation modale	72
3.3.1	Troncature modale	72
3.3.2	Analyse modale expérimentale	73
3.4	Dynamique des systèmes discrets	76
3.4.1	Paramétrage	76
3.4.2	Énergie cinétique et formule de Lagrange	77
3.4.3	Équations de Lagrange pour les systèmes conservatifs	77

3.4.4	Cas des petits mouvements	78
3.5	Conclusion	79
4	NON-LINÉARITÉS	81
4.1	Oscillateur non linéaire	82
4.1.1	Non-linéarité de raideur	82
4.1.2	Oscillateur de Duffing libre	83
4.1.3	Oscillateur de Duffing forcé	85
4.2	Ondes non linéaires	86
4.2.1	Équation de Klein-Gordon non linéaire	86
4.2.2	Équation de Sine-Gordon	88
4.2.3	Équation de Korteweg-de Vries	91
4.2.4	Solitons	93
4.3	Conclusion	94
A	Exercices corrigés	97
A.1	Analyse dimensionnelle	98
A.2	Isolation vibratoire	100
A.3	Dynamique axiale dans une barre	103
A.4	Dynamique d'une caténaire de TGV	111
A.5	Pendules couplés	118
A.6	Vagues dans un canal	121
A.7	Oscillation sur un support arrondi	124
A.8	Ondes sismiques de Love	128
A.9	Dynamique d'un véhicule	130
A.10	Étude d'une explosion souterraine	134
A.11	Dynamique d'un système de transport de conteneurs	140