

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de RELIZANE
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département : Electrotechnique et d'automatique



MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER en : Electrotechnique
industrielle

Etude et Modélisation numérique d'un propulseur à vent ionique

Présenté par :

Mlle. Cherifi Bakhta

Mlle. Belhadi Djihane

Devant les membres de jury :

	Nom et Prénom	Grade	Etablissement
Président	M. Khodja Mohamed	Professeur	Université deRelizane
Encadrant	M. Benaired Noredine	Professeur	Université deRelizane
Examineur	M. Namoune Abdelhadi	MCA	Université deRelizane

Année universitaire : 2024/2025



Remerciements

Avant tout, nous exprimons notre profonde gratitude à Allah, Le Tout-Puissant, pour nous avoir accordées la force, la patience et la persévérance nécessaires à la réalisation de ce travail. C'est grâce à Sa miséricorde et à Sa guidance que nous avons pu surmonter les différentes difficultés rencontrées au cours de ce parcours.

Nous adressons nos remerciements les plus sincères à notre encadrant, Monsieur le Professeur Benaired Noredidine, pour la qualité de son accompagnement, ses conseils avisés et sa disponibilité tout au long de cette recherche. Sa rigueur scientifique et son soutien constant ont été d'une grande importance pour nous.

Nos remerciements vont également à Monsieur le Professeur Khodja Mohamed, président du jury, pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant de juger ce travail, ainsi qu'à Monsieur Namoune Abdelhadi, maître de conférences, pour sa participation à l'évaluation de ce mémoire et ses remarques constructives.

Nous tenons aussi à remercier toutes les personnes qui nous ont aidées, soutenues ou encouragées à un moment ou un autre de ce projet. Un merci particulier à celles et ceux qui ont répondu avec bienveillance à nos sollicitations.

Enfin, nous exprimons toute notre reconnaissance à nos familles, pour leur soutien moral, leurs prières et leur amour inconditionnel,

ainsi qu'à nos amies et proches, dont l'encouragement nous a accompagnées tout au long de cette aventure académique.



Dédicace I

Je dédie ce travail à la raison de mon existence dans cette vie : mes chers parents.

Ô mon Dieu, accorde à ma mère et à mon père la santé, le bien-être et une vie pleine de sérénité et de prospérité.

À cette montagne sur laquelle je m'appuie dans les moments difficiles : mes sœurs Chaimaa et Ibtissem, véritables sources de bonheur et de force.

À la lumière de la maison et à son éclat, mon frère Mhamed, dont la présence illumine notre quotidien.

À mon oncle Bouhdiba, la personne de la famille Cherifi qui m'est la plus proche, pour son affection et son soutien.

À ma collègue Djihane, pour sa présence, sa collaboration et son amitié sincère tout au long de ce parcours.

À mon encadrant Monsieur Benaired Noredine, pour la richesse de son enseignement, la justesse de ses conseils et l'inspiration qu'il m'a apportée au fil des années.

Enfin, je dédie ce projet à toutes les personnes qui croient en l'avenir des propulseurs ioniques et en leur potentiel scientifique et technologique.

Bakhta





Dédicace II

Je dédie ce travail à ma famille, qui m'a soutenue tout au long de mon parcours académique, avec un amour inconditionnel et une patience infinie.

À mes chers parents :

à mon père, mon pilier, et à ma mère, pour votre amour, vos sacrifices et votre présence constante, tout au long de mes années d'études.

À mes frères et ma sœur, pour leur soutien, leur complicité et leurs encouragements de chaque instant.

À ma collègue Cherifi Bakhta, pour son accompagnement et son esprit de collaboration.

Je tiens également à exprimer ma profonde gratitude à mon encadrant, Monsieur Benaired Noureddine, pour ses efforts, ses conseils et son accompagnement tout au long de ce travail.

Qu'Allah vous protège, vous accorde la santé et une longue vie.

Djihane



Résumé

Ce mémoire porte sur l'étude de la propulsion ionique, avec un focus particulier sur les propulseurs à effet Hall, largement utilisés dans le secteur aérospatial. Le travail consiste en la mise au point d'un code numérique dédié à la simulation de ces propulseurs, en adoptant une approche fluide pour modéliser le comportement du plasma généré.

Le modèle développé repose sur la résolution simultanée de l'équation de Boltzmann, qui décrit le transport des particules chargées et de l'équation de Poisson, utilisée pour calculer la distribution du potentiel électrique. Ces équations permettent de représenter précisément les phénomènes d'ionisation, de dérive et de diffusion qui se produisent dans le canal du propulseur. Pour traiter la complexité inhérente à ces équations non linéaires, une méthode numérique a été mise en œuvre, combinant le schéma de Scharfetter-Gummel adapté aux processus de transport couplés et la méthode des disques, qui facilite la modélisation géométrique du canal de décharge. Une étude paramétrique est réalisée pour évaluer l'influence de la variation de la tension appliquée sur la vitesse des ions et par conséquent sur la poussée générée par le propulseur.

Les mots clés : Propulsion ionique. Modélisation numérique, Effet Hall, equation de Boltzmann.

ملخص

يتناول هذا البحث دراسة الدفع الأيوني، مع تركيز خاص على المحركات ذات تأثير هول، والتي تُستخدم على نطاق واسع في قطاع الفضاء الجوي. يتضمن العمل تطوير شفرة رقمية مخصصة لمحاكاة هذه المحركات، مع اعتماد منهجية مائعة لنمذجة سلوك البلازما المتولدة. يعتمد النموذج المطور على الحل المتزامن لمعادلة بولتزمان التي تصف حركة الجسيمات المشحونة، ومعادلة بواسون التي تُستخدم لحساب توزيع الجهد الكهربائي. تتيح هذه المعادلات تمثيل الظواهر المتعلقة بالتأين والانجراف والانتشار التي تحدث داخل قناة المحرك بدقة. لمعالجة التعقيد المرتبط بهذه المعادلات غير الخطية، تم تنفيذ طريقة رقمية تجمع بين مخطط شارفتر-جوميل المناسب لعمليات النقل المزدوجة، وطريقة الأقراص التي تسهل النمذجة الهندسية لقناة التفريغ. تم إجراء دراسة لتقييم تأثير تغير الجهد المطبق على سرعة الأيونات وبالتالي على الدفع الناتج عن المحرك. **الكلمات المفتاحية:** الدفع الأيوني، النمذجة الرقمية، تأثير هول، معادلة بولتزمان.

Abstract

This thesis focuses on the study of ion propulsion, with a particular emphasis on Hall effect thrusters, which are widely used in the aerospace sector.

The work involves the development of a numerical code dedicated to simulating these thrusters, adopting a fluidic approach to model the behaviour of the generated plasma. The developed model is based on the simultaneous solution of the Boltzmann equation, describing the transport of charged particles, and the Poisson equation, used to compute the distribution of the electric potential. These equations allow for an accurate representation of ionization, drift, and diffusion phenomena occurring within the thruster channel. To handle the complexity inherent in these nonlinear equations, a numerical method combining the Scharfetter-Gummel scheme well suited for coupled transport processes and the method of disks, which facilitates the geometric modelling of the discharge channel, was implemented. A parametric study was conducted to assess the influence of the applied voltage variation on ion velocity and consequently on the thrust generated by the thruster.

Keywords: Ion propulsion, Numerical modelling, Hall effect, Boltzmann equation.

Table des matières

Remerciements

Dédicace I

Dédicace II

Résumé

Listes des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale..... 2

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES PROPULSEURS IONIQUES

I.1 Introduction..... 4

I.2 Les propulseurs ioniques 4

I.3 Définitions 5

I.3.1 La décharge électrique..... 5

I.3.2. Ionisation 6

I.3.3.Mobilité électronique..... 6

I.3.4. Mobilité ionique 7

I.3.5. L'attachement 7

I.3.6.La recombinaison 7

I.4 Historique des Propulseurs ioniques 8

I.5. Les types des propulseurs ioniques..... 8

I.5.1.Propulseur ionique à grille 8

I.5.2. Propulseur à effet Hall 10

I.5.3. Comparaison entre propulseur a effet Hall et propulseur ionique a grille 12

I.5.4. Principe de fonctionnement de propulseur SPT a effet Hall 13

I.5.5 Transport électronique..... 15

I.6 Conclusion..... 18

CHAPITRE II : EQUATIONS MATHEMATiques DE LA DECHARGE DU

PROPULSEUR

II.1 Introduction 21

II.2. Modélisation mathématique	21
II.2.1. Fonction de distribution	21
II.2.2. Équation de Boltzmann et ses moments	22
II.2.3. Régime d'équilibre	23
II.2.4. Approche macroscopique (Equations macroscopiques).....	23
II.2.5. Equation de transport	24
II.2.6. Equation de transfert de la quantité de mouvement	25
II.2.7. Equation d'énergie	25
II.2.8. Fermeture du système des équations de transport	25
II.2.9. Equation de Poisson.....	26
II.2.10 Évolution de la vitesse ionique.....	26
II.2.11 Poussée ionique.....	27
II.3 Résolution numérique des équations	27
II.3.1. Méthode des disques pour la résolution de l'équation de Poisson.....	27
II.3.2 Résolution numérique des equations de transport par le Schéma Scharfetter et Gummel (SG).....	29
II.4. Conclusion.....	33

CHAPITRE III : ÉTUDE PARAMETRIQUE ET RESULTATS

III.1 Introduction	36
III .2 Tests de validité de la méthode des disques	36
III .3 Tests du schéma numérique utilisé	40
III.3.1. Test de l'impulsions rectangulaire, gaussienne et triangulaire.....	40
III.3.2. Test de validation proposé par Kulikovsky	41
III.4. Les caractéristiques de propulseurs a effet hall a simuler	44
III.5. Organigramme du code numérique développé	46
III.6. Résultats et discussions.....	47
III.7. Effet de la tension sur la vitesse du vent ionique.....	52
III.8 Conclusion	53

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale	55
----------------------------------	-----------

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques	58
--	-----------

Listes des figures

Figure I.1. Propulseur ionique	4
Figure I.2. Propulseur ionique à grille.....	9
Figure I.3. Propulseur à effet Hall	10
Figure I.4. Schéma d'un moteur à effet Hall.....	13
Figures I.5.Trajectoires des électrons dans un moteur à effet Hall.....	14
Figure I.6. Graphique de l'inverse du paramètre de Hall en fonction de la position	17
Figure II.1.Calcul de la distrsion du champ du a un cylindre de charge de rayon fini par la methode de disque	29
Figure II.2.Présentation du maillage élémentaire sur l'axe de propagation OX.....	31
Figure II.3.Présentation du maillage constitué des nœuds virtuels sur l'axe OX.....	31
Figure III.1.Profil gaussien utilisé dans la méthode des disques.....	37
Figure III.2.Potentiel électrique calculé pour une charge d'espace nulle	37
Figure III.3. Champ électrique calculé pour une charge d'espace nulle.....	38
Figure III.4.Potentiel électrique calculé pour une charge d'espace constante	38
Figure III.5. Champ électrique calculé pour une charge d'espace constante.....	39
Figure III.6.Potentiel électrique calculé pour un profile de charge d'espace gaussien	39
Figure III.7.Champ électrique calculé pour un profile de charge d'espace gaussien	39
Figure III.8.Solutions calculées après une période T.	41
Figure III.9.Solutions calculées par des différents schémas numériques $n_x=400$	42
Figure III.10. Solutions calculées par des différentes schémas numériques. $n_x=100$	43
Figure III.11.Domaine de calcul représentant le SPT100.	44
Figure III.12.Organigramme du code numérique développé.....	46
Figure III.13.Densités des électrons des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam.....	47
Figure III.14. Densité électronique calculée.....	47
Figure III.15. Champ électrique issus des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam	48
Figure III.16. Champ électrique calculé.....	48
Figure III.17. Vitesse des ions des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam	49
Figure III.18 .Vitesse ionique calculée.....	49
Figure III.19. Profils de la vitesse de vent ionique en fonction des tensions.	52

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Tableau comparatif entre propulseur a effet Hall et propulseur ionique a grille	12
--	-----------

Liste des abréviations

μ_e : la mobilité électronique

v_e : la Vitesse de dérive des ions

μ_i : la mobilité ionique

h : le paramètre de Hall

m_e : la masse d'électrons

ϵ_r : la constante diélectrique

e : la charge d'un électron

n_p, n_e : les densités des particules positives et négatives des électrons

m : masse de l'ion (en kg)

\vec{v} : vecteur vitesse de l'ion (en m/s)

q : charge de l'ion (en coulombs, C)

$E \rightarrow$: champ électrique appliqué (en V/m)

$B \rightarrow$: champ magnétique appliqué (en teslas, T)

$E \rightarrow * B \rightarrow$: champ magnétique appliqué (en teslas, T)

F : poussée (en N)

\dot{m} : débit massique (kg/s)

n : densité d'ions (ions/m³)

e : charge élémentaire ($1,6 \times 10^{-19}$ C)

A : surface de sortie du faisceau

SG: le Schéma Scharfetter et Gummel

$\nabla \cdot (n\vec{v})$: divergence du flux de particules (terme convectif)

S : terme source (création ou disparition de particules, par exemple via ionisation ou recombinaison)

Introduction générale

Au cœur de l'évolution rapide et constante de l'activité spatiale, la propulsion occupe une place stratégique déterminante. Elle constitue le moteur essentiel qui permet le déploiement et la réussite de missions spatiales toujours plus complexes et diversifiées. Face à l'essor de ces missions, les exigences en matière de propulsion se sont considérablement accrues, imposant la recherche de solutions plus performantes, précises, économes en carburant et capables d'assurer une durée de vie prolongée. Ces critères sont essentiels pour optimiser les coûts, la fiabilité et la portée des missions spatiales.

C'est dans ce contexte que la propulsion ionique s'est progressivement imposée comme une alternative innovante et prometteuse face aux systèmes de propulsion traditionnels. Cette technologie de propulsion électrique repose sur le principe de génération d'ions par décharge plasma, ions qui sont ensuite accélérés pour produire une poussée continue. Ce qui permet d'avoir une efficacité propulsive supérieure, une consommation réduite en ergols et une capacité à fonctionner sur de longues durées [1].

Cependant, le fonctionnement des propulseurs ioniques est régi par des phénomènes physiques complexes, mêlant la physique des plasmas, la mécanique des fluides chargés et les interactions électromagnétiques. La décharge, l'ionisation, le transport des particules chargées, ainsi que les champs électriques et magnétiques associés, sont autant d'éléments qui nécessitent une compréhension fine et une modélisation rigoureuse.

C'est précisément dans cette perspective que s'inscrit le présent mémoire. Son objectif principal est double : d'une part, étudier en profondeur le fonctionnement des propulseurs ioniques, en se focalisant notamment sur les propulseurs à effet Hall, qui représentent des technologies les plus utilisées et les plus prometteuses dans ce domaine ; d'autre part, développer des modèles numériques avancés permettant de simuler la décharge plasma au sein de ces propulseurs. Cette démarche vise à analyser leur comportement dynamique, à identifier les leviers d'optimisation de leur conception et à assurer un dimensionnement précis, adapté aux exigences des missions spatiales actuelles et futures [2].

Pour structurer cette étude, le mémoire est organisé en trois chapitres principaux :

Le premier chapitre présente les concepts fondamentaux de la propulsion ionique, ses principes de fonctionnement, ainsi qu'un état de l'art sur les différentes technologies de propulseurs, notamment à grille et à effet Hall.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique des phénomènes de décharge plasma dans les propulseurs ioniques, incluant les équations de Boltzmann et de Poisson utilisées pour décrire le comportement du plasma.

Enfin, le troisième chapitre porte sur la mise en œuvre numérique, avec le développement du code de simulation basé sur des méthodes adaptées telles que le schéma de Scharfetter-Gummel et la méthode des disques, suivi d'une analyse paramétrique sur l'influence de la tension appliquée sur la vitesse ionique et la poussée générée

Chapitre I :
Généralités sur les
propulseurs ioniques

I.1 Introduction

Ce chapitre illustre comment les propulseurs ioniques sont désormais au cœur de l'innovation spatiale, ouvrant la voie à des missions plus ambitieuses et plus économes en ressources. Leur maîtrise constitue un enjeu stratégique pour l'exploration future de notre système solaire et au-delà [1].

I.2 Les propulseurs ioniques

Les propulseurs ioniques représentent une avancée majeure dans le domaine de la propulsion spatiale. Ils exploitent les propriétés électromagnétiques pour propulser les vaisseaux spatiaux. Leur fonctionnement repose sur la création et l'accélération de particules chargées électriquement, appelées ions.

Concrètement, les propulseurs ioniques produisent des ions en ionisant un gaz propulseur à l'intérieur du vaisseau spatial (Figure I.1). Ce gaz propulseur, généralement le xénon, est ionisé en lui retirant des électrons. Une fois chargés électriquement, les ions sont accélérés à des vitesses extrêmement élevées par l'application de champs électriques et magnétiques. Cette propulsion électrique génère une poussée constante et précise, permettant aux vaisseaux spatiaux d'accélérer progressivement sur de longues périodes [2].



Figure I.1. Propulseur à effet Hall

I.3 Définitions

I.3.1 La décharge électrique

La décharge électrique est un phénomène dans lequel un gaz devient conducteur sous l'effet d'un champ électrique élevé, généralement créé par l'application d'une haute tension entre deux électrodes à la pression atmosphérique, ce phénomène permet la génération de plasma, un état de la matière composé d'électrons libres, d'ions et de particules neutres [3]

a) Principe et mécanisme

Une décharge couronne provoque une ionisation locale du gaz à proximité de l'électrode active soumise à la haute tension. Elle se divise en deux zones : la zone d'ionisation, qui est proche de l'électrode et où la forte ionisation se produit, et la zone de dérive, où les ions migrent sous l'effet du champ électrique. Cette migration d'ions entraîne des collisions avec des molécules neutres, transférant de la quantité de mouvement et générant ainsi le vent ionique. Dans un propulseur à effet Hall, la décharge plasma est de type « décharge de Hall stationnaire », un cas particulier de plasma à courant transversal $E \times B$. Cette configuration repose sur plusieurs éléments clés :

- Un champ électrique axial appliqué entre l'anode et la cathode, qui crée la tension nécessaire à l'accélération des ions.
- Un champ magnétique radial, généré par des bobines magnétiques ou des aimants permanents, disposé perpendiculairement au champ électrique.

Ce qui permet d'avoir une accélération axiale des ions, principalement du xénon ionisé, extraits par le champ électrique axial et éjectés à haute vitesse pour générer la poussée [4].

b) Le vent ionique

Lorsqu'un gaz ionisé est soumis à un champ électrique, les ions, entraînés par la force de Coulomb, se déplacent le long des lignes de champ et entrent en collision avec les molécules neutres du plasma. Ces interactions génèrent un mouvement collectif du gaz, appelé vent ionique ou vent électrique, particulièrement observable dans les décharges couronnes.

Le système comprend deux électrodes entre lesquelles une différence de potentiel est appliquée. Lors de la décharge, des particules chargées (ions positifs, ions négatifs et électrons) apparaissent dans l'espace inter électrode.

Le champ électrique accélère ces particules vers les électrodes opposées (cathode pour les ions positifs, anode pour les électrons et ions négatifs). En percutant les molécules neutres, elles leur transfèrent une partie de leur quantité de mouvement, un processus particulièrement efficace lors des collisions ion-neutre en raison du rapport de masses favorable.

Sous l'effet de la décharge, le gaz s'accélère entre les électrodes, créant un flux qui favorise la dispersion des espèces actives (radicaux, molécules excitées). Dans une configuration pointe-plan, le vent ionique se dirige toujours de la pointe vers le plan, quelle que soit la polarité. Lorsque la pointe est négative, le vent est principalement dû aux ions négatifs issus de l'ionisation.

Cependant, la combinaison de plusieurs facteurs tels que le champ électrique, la charge d'espace, etc. ... peut induire un écoulement organisé du gaz, résultant du transfert de quantité de mouvement des ions aux particules neutres.

I.3.2. Ionisation

Le terme « ionisation » se rapporte à l'action d'ajouter ou d'enlever des charges électriques à un atome ou à une molécule. La structure électronique de l'atome ou de la molécule est alors modifiée, et, perdant ou gagnant un ou plusieurs électrons, l'entité prend le nom d'ion [6].

I.3.3. Mobilité électronique

La mobilité électronique (μ_e) est une grandeur physique qui caractérise la vitesse moyenne de dérive des électrons dans un matériau ou un plasma sous l'effet d'un champ électrique appliqué. Elle est définie comme le rapport entre la vitesse de dérive des électrons (v_e) et l'intensité du champ électrique (E) [7]

$$\mu_e = \frac{v_e}{E} \quad (\text{I.1})$$

Elle dépend des propriétés du milieu (densité, température, collisions avec les atomes/ions) et s'exprime généralement en $\text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans les plasmas et les gaz ionisés, une mobilité électronique élevée favorise une conductivité électrique importante.

I.3.4. La mobilité ionique

La mobilité ionique (μ_i) décrit la capacité d'un ion à se déplacer dans un milieu (gaz, liquide ou plasma) sous l'action d'un champ électrique. Elle est donnée par [7] :

$$\mu_i = \frac{v_i}{E} \quad (\text{I.2})$$

Où : v_i est la vitesse de dérive des ions et E le champ électrique.

Contrairement aux électrons, les ions, plus massifs, ont une mobilité généralement plus faible (en $\text{cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$), car leur mouvement est davantage freiné par les collisions. Elle joue un rôle clé dans des phénomènes comme le vent ionique, la conduction dans les électrolytes ou les décharges plasmas.

I.3.5. L'attachement

L'attachement des ions désigne un processus par lequel un atome ou une molécule neutre capte un ou plusieurs électrons pour former un ion négatif (anion). Ce mécanisme se produit notamment dans des environnements riches en électrons libres, tels que les plasmas, les décharges électriques ou certaines réactions chimiques. L'attachement joue un rôle clé dans des domaines comme la chimie atmosphérique (formation d'aérosols), la physique des plasmas (stabilisation des décharges) ou même la biologie (effets des rayonnements ionisants) [8]. Son efficacité dépend de l'affinité électronique des atomes et des conditions environnementales (pression, température).

I.3.6. La recombinaison

La recombinaison des ions est un processus physico-chimique au cours duquel des ions de charges opposées (un cation et un anion) interagissent pour former une espèce neutre, libérant souvent de l'énergie sous forme de chaleur ou de lumière. Ce phénomène se produit dans divers milieux, tels que les plasmas, les gaz ionisés, les solutions électrolytiques ou les semi-conducteurs. L'efficacité de la recombinaison dépend de facteurs comme la température, la pression et la mobilité des ions. Ce mécanisme est crucial dans des applications telles que la fusion nucléaire, les diodes électroluminescentes ou le traitement des déchets ionisés [9].

I.4 Historique des Propulseurs ioniques

L'idée des propulseurs ioniques remonte au début du XX^e siècle, avec les travaux théoriques du physicien Konstantin Tsiolkovski (1903) et de Robert Goddard (1916), qui envisagèrent l'utilisation de l'électricité pour accélérer des particules chargées dans l'espace. Cependant, les premières expérimentations pratiques n'ont vu le jour que dans les années 1950, grâce aux recherches de Ernst Stuhlinger (NASA) et Harold Kaufman (qui développa le premier moteur ionique opérationnel dans les années 1960). Le premier essai spatial réussi eut lieu en 1964 avec le moteur SERT-1 (Space Electric Rocket Test), confirmant la viabilité de cette technologie [10].

Dans les années 1990-2000, les propulseurs ioniques ont gagné en efficacité avec l'avènement des grilles d'accélération optimisées et l'utilisation du xénon comme gaz propulsif. Des missions emblématiques comme Deep Space 1 (1998) et Dawn (2007) ont démontré leur fiabilité pour les voyages interplanétaires longue durée. Aujourd'hui, cette technologie équipe des satellites (comme Starlink) et sera cruciale pour les futures missions habitées vers Mars, grâce à leur faible consommation de carburant et leur poussée prolongée [11]

I.5. Les types des propulseurs ioniques

I.5.1. Propulseur ionique à grille

Dans un moteur ionique à grille (Figure I.2), le carburant (le xénon) n'est pas brûlé comme dans un moteur à combustion de voiture ou de moto, mais ionisé puis accéléré. Pour transformer un atome en ion, il existe plusieurs techniques : la photoionisation, l'ionisation thermique ou l'ionisation chimique. Mais cette dernière étant difficile à stabiliser et à contrôler dans l'espace, un moteur ionique utilisera principalement une des deux premières. La photoionisation consiste à soumettre le xénon à un rayonnement (une radiation lumineuse) d'une longueur d'onde suffisante pour lui arracher un électron et ainsi former un ion. L'ionisation thermique, quant à elle, apporte aux atomes de xénon une quantité d'énergie thermique suffisante pour que leur énergie moyenne atteigne ou dépasse leur seuil d'énergie d'ionisation, afin de donner naissance à un ion. L'énergie nécessaire à cette réaction est produite par des panneaux solaires qui sont disposés autour de l'engin.

Une fois le carburant ionisé, sa charge devient négative. Il est alors éjecté du réservoir, s'engouffre dans un conduit d'éjection, puis il passe à travers des grilles :

- La première, chargée négativement, va repousser les ions aussi chargés négativement ;
- La deuxième, chargée positivement, va les attirer [12].

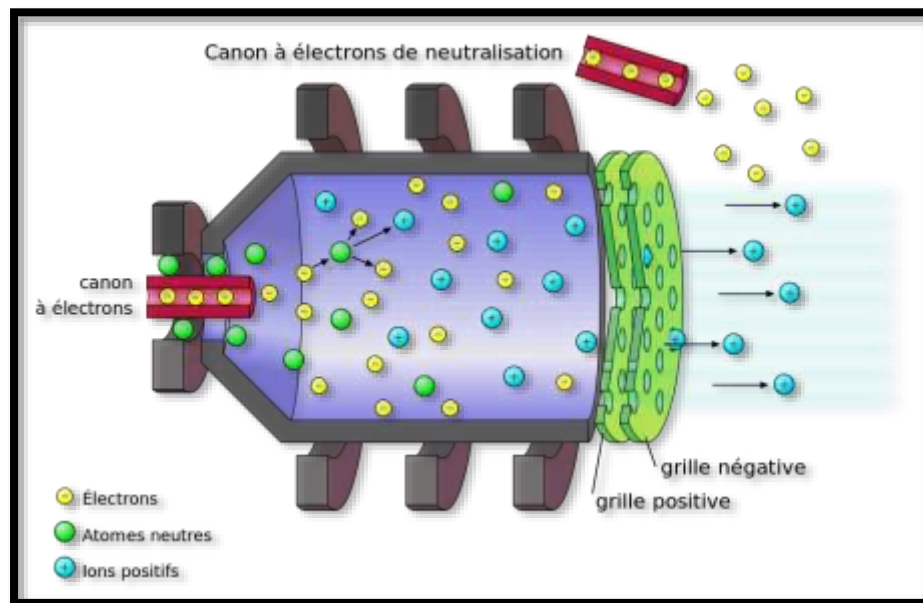


Figure I.2. Propulseur ionique à grille

a) Avantages :

- Permet une consommation de carburant très faible.
- Idéal pour les missions de longue durée (ex : exploration spatiale lointaine).
- Meilleure conversion de l'énergie électrique en poussée.
- Fonctionne mieux que les propulseurs plasmiques à faible puissance.
- Moins d'érosion des grilles grâce à une conception optimisée (par rapport aux propulseurs ioniques sans grille).
- Capacité à fonctionner pendant des milliers d'heures.
- Régulation fine de l'accélération, utile pour les missions nécessitant une grande précision.
- Les grilles en matériaux résistants (graphite, carbure de bore) réduisent la dégradation.

b) Inconvénients :

- Inadapté pour les décollages ou manœuvres rapides (quelques millinewtons à newtons).
- Nécessite des panneaux solaires ou une source nucléaire (RTG), limitant son utilisation près du Soleil
- Système plus complexe.
- Coût élevé de développement et de fabrication.
- Bien que réduite, l'érosion par ions finit par dégrader les grilles, limitant la durée de vie.
- Risque de contamination si le carburant (xénon) n'est pas parfaitement pur.

I.5.2. Propulseur à effet Hall

Un propulseur à effet Hall, parfois appelé *Stationary Plasma Thruster (SPT)* ou moteur à plasma stationnaire (Figure I.3), est un type de propulseur à plasma qui utilise un champ électrique pour accélérer des ions. Il est dit à effet Hall car il utilise un champ magnétique pour piéger les électrons qui servent à ioniser un gaz. Ces ions sont accélérés et produisent une poussée. Il entre dans la catégorie des propulseurs électriques pour systèmes spatiaux. Différents gaz peuvent servir dans ces types de propulseurs. Parmi ceux-ci, le xénon est le plus couramment utilisé. Les autres gaz sont notamment le krypton, l'argon, l'iode, le magnésium et le zinc. Ces engins sont capables d'accélérer les gaz à une vitesse comprise entre 10 km/s et 80 km/s. La plupart des modèles se classent entre 15 et 30 km/s. La poussée pouvant être produite par les propulseurs à effet Hall varie en fonction de la puissance électrique qui leur sera fournie.

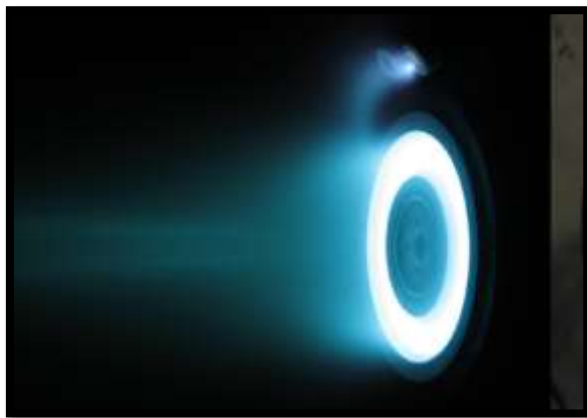


Figure I.3. Propulseur à effet Hall

Par exemple, une puissance de 1,35 kilowatt à 10 kW produit une vitesse de 10 km/s à 50 km/s, équivalant à une force de 40 à 600 milli newtons [13].

a) Avantages

- Génère une poussée supérieure (de l'ordre de quelques dizaines à centaines de milli newtons), utile pour des missions nécessitant plus de manœuvres
- Efficacité similaire aux propulseurs ioniques permettant des économies de carburant sur les missions longues.
- Pas de grilles fragiles → moins de risques d'érosion et de panne mécanique.
- Structure plus robuste et durée de vie prolongée.
- Meilleur rapport poussée/puissance que les propulseurs ioniques à grille à puissance moyenne.
- Fonctionnent sur une large plage de puissances (de quelques centaines de watts à plusieurs kilowatts).

b) Inconvénients

- Le contact direct du plasma avec les parois peut causer une usure accrue sur le long terme.
- Peut causer des variations de poussée et nécessiter un contrôle actif pour stabiliser le fonctionnement.
- Comme les autres propulseurs électriques, dépend de carburants rares et coûteux
- La configuration magnétique doit être optimisée pour éviter les pertes d'efficacité.

I.5.3. Comparaison entre propulseur à effet Hall et propulseur ionique à grille

Caractéristique	Propulseur à effet Hall	Propulseur ionique à grille
Type de décharge	Décharge transverse $E \times B$, plasma quasi-neutre	Décharge volumique RF ou DC dans une chambre neutre
Champs utilisés	Électrique axial + magnétique radial ($E \times B \neq 0$)	Champs électrostatiques entre des grilles (pas de B)
Production d'ions	Ionisation par électrons confinés dans le champ B	Ionisation par électrons (filament ou RF) dans une chambre
Extraction des ions	Pas de grille : ions extraits naturellement par E	Grilles accélératrices multi-étage (extraction et neutralisation)
Accélération des ions	Dans un champ E interne au plasma	Via des grilles à potentiel élevé (1000–5000 V typ.)
Neutralisation	Cathode externe à l'arrière du propulseur	Cathode externe également (compensation de charge)
Champ magnétique	Oui : radial (pour $E \times B$)	Non
Rendement (ISP)	Isp ~ 1500–2500 s	Isp plus élevé ~ 3000–10,000 s
Complexité	Moins complexe (grilles absentes)	Plus complexe (alignement précis des grilles requis)
Débit de gaz nécessaire	Plus élevé (~1–5 mg/s)	Plus faible (~0.1–1 mg/s)
Poussée	Plus élevée (quelques dizaines à centaines de mN)	Plus faible (quelques mN à dizaines de mN)
Instabilités typiques	Présente (oscillations Hall)	Plus stable, mais nécessite contrôle haute tension

Tableau I.1: Tableau comparatif entre propulseur à effet Hall et propulseur ionique à grille

I.5.4. Principe de fonctionnement de propulseur SPT a effet Hall

Le moteur SPT, développé par OKB Fakel dans les années 1990, est réputé pour sa fiabilité et robustesse. La figure I.4 montre un schéma simplifié du moteur à effet Hall.

a) Description du moteur SPT

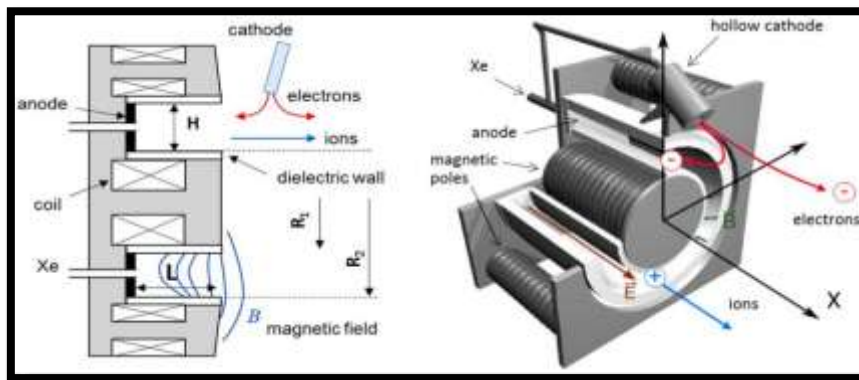


Figure I.4. Schéma d'un moteur à effet Hall

Ce moteur se compose essentiellement d'une chambre annulaire, dotée à ses extrémités d'une anode poreuse permettant l'injection du carburant et d'une cathode située à l'extérieur du propulseur. Une tension de 500 V est appliquée entre ces deux électrodes. Les dimensions de la chambre sont les suivantes : une longueur $L = 2,5 \text{ cm}$, une hauteur $H = 1,5 \text{ cm}$, et un rayon extérieur $R_2 = 5 \text{ cm}$. Ces caractéristiques en font un dispositif très compact, particulièrement adapté aux applications satellitaires [14].

b) Collisions et ionisation

Un gaz neutre est injecté dans la chambre par l'anode poreuse, à un débit constant de $5 \text{ mg}\cdot\text{s}^{-1}$ et avec une vitesse d'environ $300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Ce gaz entre en collision avec le faisceau d'électrons émis par la cathode. Ces collisions successives provoquent l'ionisation des atomes neutres, une étape essentielle dans le fonctionnement du moteur à effet Hall [15].

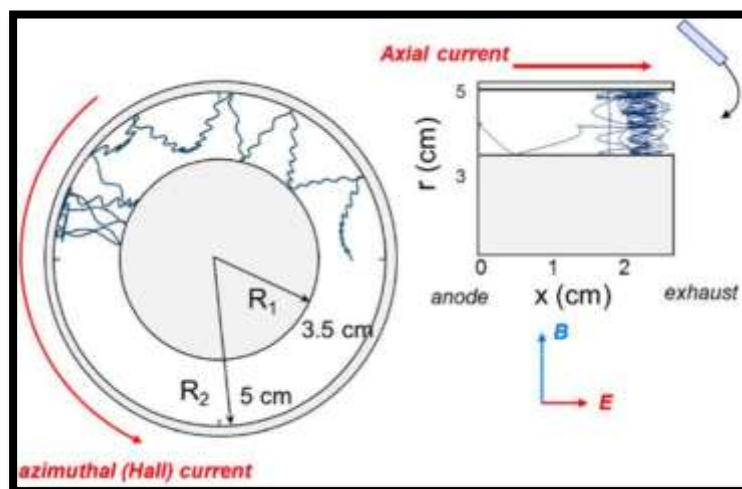
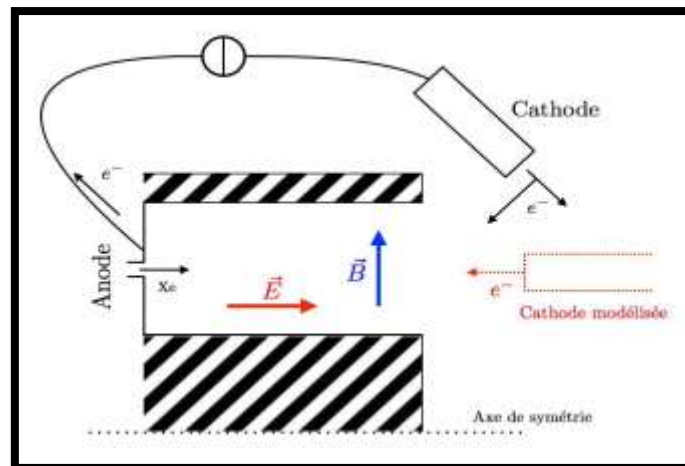
c) Fonctionnement des champs électrique et magnétique

Le champ électrique axial s'occupe d'accélérer les ions dans la zone d'accélération. Cette première zone se situe très près de la sortie de la chambre. Elle ne fait que quelques millimètres, mais elle est suffisante pour accélérer les ions à une vitesse de 20 km/s.

Pour ce faire, le champ électrique doit être maximal à cet endroit, de l'ordre de 50 kV/m. La deuxième zone, située juste avant la zone d'accélération, est celle où le plasma se forme, car c'est là que l'ionisation a lieu. Les électrons, préalablement accélérés par le champ électrique, pour entrer en collision avec les neutres et ioniser le xénon. Ayant une vitesse considérable, il faudra les ralentir et les piéger dans cette zone pour permettre l'ionisation. C'est pourquoi un champ magnétique radial est mis en place à cet endroit, afin de piéger les électrons dans la zone d'ionisation voir les figures (I.5) [16].

d) Mouvement de dérive $E \times B$

La particularité du moteur à effet Hall est la présence d'un champ magnétique radial. Pour simplifier : Bien évidemment, son maximum est atteint dans cette zone (environ 20 mT) afin de générer un mouvement cycloïdal. De cette façon, en piégeant les électrons et en leur conférant une énergie conséquente, la dérive $E \times B$ est l'élément déclencheur de l'ionisation.



Figures I.5. Trajectoires des électrons dans un moteur à effet Hall.

Toutefois, pour obtenir une ionisation performante, il est essentiel de trouver un équilibre entre les effets cyclotroniques et les collisions. Effectivement, plus les collisions sont fréquentes, plus les électrons risquent de s'écarter de leurs trajectoires et de s'échapper de la zone d'ionisation (phénomène causé par les collisions élastiques, qui n'ionisent pas les neutres, mais qui sont prédominantes). Mais elles sont aussi nécessaires à l'ionisation (collisions inélastiques). Il faut donc s'efforcer de maximiser l'impact du champ magnétique afin qu'un maximum d'électrons restent captifs dans la zone d'ionisation.

En résumé, le comportement des électrons n'est pas aisé à anticiper, et de nombreuses interactions physiques doivent être considérées pour comprendre ce qui se déroule dans la zone d'ionisation :

- Les effets des champs électrique et magnétique sur la trajectoire des particules,
- Les multiples types de collisions qui participent ou non à l'ionisation,
- Les interactions entre les espèces et les parois de la chambre, ne sont que quelques illustrations de la complexité de la modélisation de la physique des moteurs à effet Hall. Même si les ions étaient les acteurs de l'ionisation, ce sont les électrons qui sont les plus étudiés (leur masse étant très inférieure à celle des ions, les électrons sont plus réactifs aux effets mentionnés ci-dessus).

Il est donc indispensable de maîtriser la physique qui sous-tend le comportement des électrons si l'on souhaite optimiser l'ionisation et, par conséquent, la propulsion. Ainsi, la grande majorité des études fondamentales sur les moteurs à effet Hall portent sur le transport électronique

I.5.5 Transport électronique

a) Transport électronique Classique

Voici une première approche simplifiée du transport électronique. L'équation du mouvement pour un électron est présentée ci-dessous. Il est soumis uniquement à une force de Lorentz et à une force de frottement. On a donc [15] :

$$-\frac{e}{m_e}(E^{\rightarrow} + v^{\rightarrow} \times B^{\rightarrow}) - \nu v^{\rightarrow} = 0^{\rightarrow} \quad (\text{I.3})$$

Où m_e est la masse de l'électron, e la charge élémentaire et ν la fréquence d'ionisation.

De manière simple, on obtient :

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{e E}{m_e \nu} \frac{1}{1 + h^2} \\ v_y &= \frac{e E}{m_e \nu} \frac{1}{1 + h^2} \end{aligned} \quad (\text{I.4})$$

$$h = \frac{\omega_{ce}}{\nu_{coll}} = \frac{e B}{m_e \nu_{coll}}$$

Où : h est appelé le paramètre de Hall :

Remarque :

Le paramètre de Hall est important car il est facilement mesurable et donne indirectement une information sur l'efficacité de l'ionisation et donc, de la propulsion. Pour qu'un moteur à effet Hall fonctionne correctement, il faut que le paramètre de Hall remplisse une condition essentielle :

$$h \gg 1 \rightarrow \omega_{ce} \gg \nu_{coll} \quad (\text{I.5})$$

Physiquement, cette condition fait référence à ce qui a été dit dans la section précédente : l'oscillation cyclotronique doit être plus importante que les effets collisionnels pour que la vitesse azimutale dépasse la vitesse axiale de l'électron.

Ainsi, l'ensemble d'équations peut s'écrire [15] :

$$\begin{aligned} v_x = v_e &\approx -\frac{1}{h} \frac{E}{B} \\ v_\theta = v_E \times B &\approx \frac{E}{B} \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

On observe clairement que la condition (1.5) est nécessaire pour confiner les électrons : la vitesse axiale est très faible comparée à la vitesse azimutale. Il se trouve que la vitesse électronique v_e est naturellement liée à la mobilité électronique (μ_e) de telle sorte que :

$$v_e = \mu_e E \quad (\text{I.7})$$

Ainsi, avec les équations (I.6) et (I.7) et avec la condition (I.5), on obtient la relation suivante :

$$\mu_e = \frac{1}{hB} \rightarrow v_e \ll 1 \rightarrow v_e \ll 1 \quad (\text{I.8})$$

Théoriquement, les électrons ne devraient pas s'échapper de la zone d'ionisation. Cependant, la réalité est différente. Le graphique (I.6) ci-dessous :

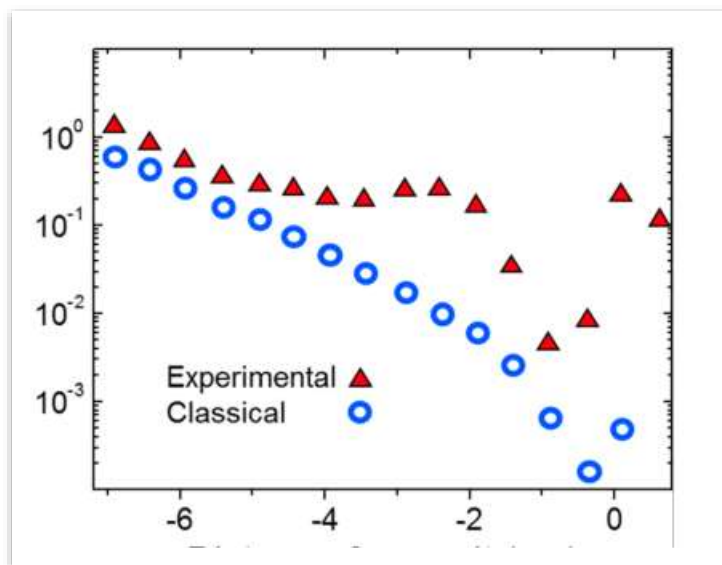


Figure I.6. Graphique de l'inverse du paramètre de Hall en fonction de la position

b) Transport électronique anormal

Une incohérence importante est observée entre les prédictions théoriques du transport électronique classique et les résultats expérimentaux. Cette divergence est mise en évidence par la comparaison entre les courbes expérimentales et les modèles, révélant que le comportement réel du plasma ne suit pas strictement les lois de la mobilité électronique classique. La mobilité électronique (1.1) est inversement proportionnelle au paramètre de Hall.

Ainsi, une augmentation de ce paramètre entraîne une élévation de la mobilité, ce qui accroît la vitesse axiale des électrons. En conséquence, davantage d'électrons échappent à la zone d'ionisation, réduisant le rendement global de l'ionisation. Plusieurs phénomènes physiques influencent négativement le transport électronique, réduisant ainsi le nombre d'ionisations et, par voie de conséquence, la poussée du moteur. Ces effets sont multiples,

complexes et interdépendants, rendant toute tentative de modélisation analytique extrêmement difficile. C'est pourquoi la simulation numérique s'impose comme un outil incontournable pour analyser, comprendre et corriger ces effets. Ce comportement anormal du transport résulte de l'apparition d'un terme supplémentaire dans la mobilité électronique.

On parle alors de transport électronique anormal, un sujet central dans les études actuelles sur les moteurs à effet Hall. En effet, un moteur affecté par un transport anormal présente une baisse du rendement, une perte d'énergie inutile, et des dommages irréversibles, les réparations étant impossibles en orbite. Il devient donc essentiel de comprendre les origines physiques du transport anormal et de modéliser précisément les phénomènes associés, dans l'objectif d'optimiser la performance et la durée de vie du moteur.

c) Instabilités dans les moteurs à effet Hall

Plusieurs instabilités se manifestent au sein de la chambre du moteur à effet Hall. Ces instabilités peuvent, dans certains cas, influencer directement le processus d'ionisation, impactant ainsi le rendement global du propulseur, ou au contraire, ne présenter aucun effet notable. Cependant, une réalité demeure indéniable : la physique des moteurs à effet Hall est particulièrement complexe, et la compréhension fine du comportement des différentes espèces présentes dans la chambre reste un défi majeur.

Les instabilités oscillatoires, ainsi que les phénomènes de gaines (ou couches limites) sont encore partiellement méconnues.

De nombreuses études, tant expérimentales que théoriques, sont actuellement en cours afin de mieux décrypter leurs mécanismes et impacts.

Ces recherches sont cependant très chronophages : un simple essai moteur peut durer jusqu'à trois ans, ce qui rend difficile la réalisation d'une série d'essais rapides et consécutifs, avec diverses modifications du système, dans l'espoir d'obtenir des résultats concluants.

Dans ce contexte, la simulation numérique s'impose comme l'outil optimal : pour appréhender ces phénomènes complexes encore mal compris, et pour contribuer efficacement à l'optimisation des performances des moteurs à effet Hall.

I.6 Conclusion

Ce chapitre a mis en lumière les propulseurs ioniques et leur importance croissante, et en particulier les moteurs à grille et à effet Hall. La technologie de la propulsion ionique est

aujourd'hui un pilier de l'innovation spatiale. Elle se distingue par une efficacité énergétique remarquable, une longue durée de vie et une grande précision dans les manœuvres orbitales, en faisant une solution idéale pour les missions prolongées.

Néanmoins, des défis subsistent : faible poussée, complexité technique et instabilités électroniques. Pour y répondre, la recherche se concentre sur la modélisation avancée, l'analyse du plasma et l'exploration de nouveaux ergols comme l'iode. La propulsion ionique s'impose ainsi comme une technologie stratégique pour un avenir spatial durable et performant.

CHAPITRE II :
Equations mathématiques de
la décharge du propulseur

II.1 Introduction

La compréhension des phénomènes liés aux décharges électriques nécessite une approche rigoureuse combinant modélisation physique et outils mathématiques. Lorsqu'un gaz est soumis à un champ électrique suffisamment intense, il peut se ioniser partiellement et former un plasma. Ce processus complexe implique l'interaction de nombreuses particules chargées et neutres, ainsi que la modification locale du champ électrique sous l'effet des charges accumulées.

Dans un premier temps, la modélisation mathématique d'une décharge électrique s'appuie sur la fonction de distribution et l'équation de Boltzmann pour décrire le comportement statistique des particules dans l'espace des phases. Pour prendre en compte l'effet du champ électrique, cette équation est généralement couplée à l'équation de Poisson. Cependant, la complexité des équations obtenues rend leur résolution analytique difficile, voire impossible dans la plupart des cas. C'est pourquoi une résolution numérique des équations de transport est nécessaire. Les méthodes numériques permettent de simuler le comportement des particules et l'évolution du champ, rendant possible l'étude de la décharge électrique dans le propulseur ionique [20].

II.2. Modélisation mathématique

II.2.1. Fonction de distribution

chaque particule d'un gaz est caractérisée par un vecteur position \vec{r} (allant de l'origine du repère à son centre de gravité) et un vecteur vitesse \vec{v} . L'espace combinant ces deux grandeurs forme l'espace des phases. À un instant t , le nombre probable de particules $dn(x, \vec{v}, t)$ se trouvant dans l'élément de volume situé autour du point x et animées d'une vitesse v variant dans [21].

L'élément de vitesse dv est défini par :

$$dn(x, \vec{v}, t) = dx d\vec{v} f(x, \vec{v}, t) \quad (\text{II.1})$$

Où :

$f(x, \vec{v}, t)$ est la fonction de distribution, décrivant la densité spatiale et $(dx, d\vec{v})$ est l'élément de volume de l'espace des phases centré sur x et v .

À partir de cette définition, on obtient la densité particulière en intégrant sur toutes les vitesses possibles :

$$n(x, t) = \int f(x, \vec{v}, t) \quad (\text{II.2})$$

Cette formulation permet de décrire statistiquement l'état dynamique d'un gaz ou d'un plasma.

II.2.2. Équation de Boltzmann et ses moments

La modélisation d'une décharge électrique est difficile en raison des multiples phénomènes interconnectés, comme la variation des densités de particules chargées et celle du champ électrique. Dans les cas de décharge transitoire, avec des degrés d'ionisation inférieurs à 10^{-4} , il devient impossible de suivre le mouvement de chaque particule dans la décharge. Pour simplifier cette modélisation, on utilise la fonction de distribution pour chaque espèce de particules, qui permet de décrire statistiquement leur comportement. Cette approche repose sur la résolution de l'équation de Boltzmann, qui, bien que ne tenant pas compte des interactions à longue portée entre les particules chargées, offre une bonne approximation pour le transport des électrons et des ions ainsi que leurs collisions avec les neutres. En résolvant cette équation, on peut obtenir l'évolution de la fonction de distribution, facilitant ainsi l'analyse des dynamiques complexes au sein de la décharge électrique [22].

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} + \vec{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{coll} \quad (\text{II.3})$$

$\frac{\partial f}{\partial t}$: la variation temporelle de f au point (x, \vec{v})

$\vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}}$: la variation de f à cause de la diffusion des ions ou des électrons

$\vec{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}}$: la variation de f sous l'action des forces extérieures, où $\vec{\gamma}$ est l'accélération des forces extérieures dues à l'effet des champs électrique et magnétique

$\left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{coll}$: représente la variation de f suite aux collisions.

À partir de la fonction de distribution, il est possible d'accéder à l'ensemble des grandeurs macroscopiques telles que la densité ou la vitesse moyenne des particules. Dans le cas des décharges transitoires, la présence d'ions et d'électrons engendre des charges d'espace suffisamment importantes pour perturber le champ électrique. Ces perturbations modifient la fonction de distribution via le terme représentant l'action des forces extérieures. Pour modéliser correctement une telle décharge, il est donc indispensable de coupler l'équation

de Boltzmann avec l'équation de Poisson, cette dernière décrivant les variations du champ électrique induites par la distribution des charges.

L'utilisation directe de cette approche complète demeure complexe. C'est pourquoi des hypothèses simplificatrices sont souvent introduites concernant la dépendance spatiale et temporelle des paramètres décrivant l'évolution des particules. Parmi ces hypothèses, la plus courante consiste à supposer l'existence d'un régime d'équilibre [23].

II.2.3. Régime d'équilibre

Lorsqu'un champ appliqué à un système est constant et uniforme, on considère que les propriétés macroscopiques des particules chargées ne dépendent ni du temps ni de la position. Elles sont uniquement déterminées par le champ appliqué. Dans ce contexte, on dit que les particules sont en équilibre avec le champ électrique, et que le système est en régime hydrodynamique.

De manière plus générale, le régime hydrodynamique (ou régime d'équilibre avec le champ local) désigne un état dans lequel les pertes d'énergie dues aux collisions sont compensées par l'énergie acquise sous l'effet des collisions et des forces extérieures. En dehors des variations du champ électromagnétique, les conditions de non-équilibre peuvent provenir d'une source d'électrons de distribution quelconque ou des électrodes elles-mêmes. Lorsque ces zones de non-équilibre sont présentes, il est nécessaire de résoudre l'équation de Boltzmann en milieu inhomogène. C'est particulièrement important car les forts gradients de champ typiquement rencontrés dans ce type de décharge impliquent que l'hypothèse d'équilibre avec le champ local n'est pas évidente et nécessite des précautions particulières. En fin de compte, l'équation de Boltzmann, couplée à l'équation de Poisson, forme un modèle électrique qui décrit la décharge [24].

II.2.4. Approche macroscopique (Equations macroscopiques)

La résolution de l'équation de Boltzmann étant complexe, une approche plus accessible consiste à étudier le transport des particules chargées à travers des équations de conservation qui décrivent les grandeurs macroscopiques, telles que la masse, l'énergie et la quantité de mouvement. En couplant ces équations avec l'équation de Poisson, qui relie les champs électriques et les densités de charge, on simplifie l'analyse des interactions entre les particules dans un champ électrique.

Cette méthode permet non seulement de réduire la complexité des calculs, mais aussi d'obtenir des résultats plus facilement interprétables dans un contexte physique, ce qui la rend applicable à divers systèmes, comme les plasmas ou les dispositifs électroniques [25].

Une description complète des phénomènes de transport peut être obtenue en résolvant l'équation de Boltzmann. Cependant, pour simplifier sa résolution, on utilise des valeurs moyennes qui caractérisent l'état du système. Étant donné le grand nombre de particules étudiées, nous nous appuyons sur des grandeurs moyennes définies...

es à partir de la fonction de distribution. Ainsi, pour toute grandeur \vec{X} , on peut déterminer sa valeur moyenne par :

$$\langle \vec{X} \rangle = \frac{1}{n(x,t)} \int \vec{X} f(x, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (\text{II.4})$$

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n(x,t)} \int \vec{v} f(x, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (\text{II.5})$$

Ces grandeurs représentent des paramètres macroscopiques définis en chaque point de l'espace, reliés entre eux par ce qu'on appelle les moments de l'équation de Boltzmann. Dans ce cadre, nous nous limiterons à l'étude des deux premiers moments, qui conduisent respectivement à l'équation de continuité et à l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Les moments de l'équation de Boltzmann s'obtiennent en intégrant cette équation dans l'espace des vitesses, après l'avoir multipliée par une fonction test $X(\vec{v})$.

$$\int \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{\gamma} \frac{\partial f}{\partial v} \right) X(\vec{v}) d\vec{v} = \int \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{coll} X(\vec{v}) d\vec{v} \quad (\text{II.6})$$

En tenant compte de l'indépendance des grandeurs considérées par rapport à l'espace et au temps, l'équation précédente :

$$\frac{\partial}{\partial t} (n \langle X(\vec{v}) \rangle) + \frac{\partial}{\partial x} (n \langle X(\vec{v}) \vec{v} \rangle) + \vec{\gamma} n \langle \frac{\partial}{\partial v} X(\vec{v}) \rangle = \int \left(\frac{\delta f}{\delta t} \right)_{coll} X(\vec{v}) d\vec{v} \quad (\text{II.7})$$

II.2.5. Equation de transport

Permettant d'obtenir un modèle d'ordre zéro, est donc obtenue en remplaçant $X(v)$ par n dans l'équation [21]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n \langle \vec{v} \rangle}{\partial x} = \left(\frac{\partial n}{\partial t} \right)_{coll} \quad (\text{II.8})$$

$n = f(x, \vec{v}, t) dv$ est la densité de particule.

$N \langle \vec{v} \rangle = \vec{v} \int f(x, \vec{v}, t) d\vec{v}$ est le flux de particules où $\langle \vec{v} \rangle$ est la vitesse moyenne des particules.

$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{coll}$: est le terme source lié aux processus de création et de disparition des particules considérées.

II.2.6. Equation de transfert de la quantité de mouvement

Cette équation [21] qui est la base du modèle d'ordre un est obtenue en remplaçant $X(\vec{v})$ par $m\vec{v}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{v} \rangle \frac{\partial}{\partial x} \langle \vec{v} \rangle + \frac{1}{n} \frac{\partial \vec{P}}{\partial x} - \vec{\gamma} = \left(\frac{\delta}{\delta t} \langle \vec{v} \rangle\right)_{coll} \quad (\text{II.9})$$

\vec{P} : le tenseur de pression cinétique qui représente la mesure des écarts désordonnés des vitesses des particules autour de leur vitesse moyenne :

$$\vec{P} = m \langle (\vec{v} - \langle \vec{v} \rangle) \otimes (\vec{v} - \langle \vec{v} \rangle) f \rangle \quad (\text{II.10})$$

II.2.7. Equation d'énergie

En remplaçant $X(\vec{v})$ dans l'équation (II.7) par $\frac{1}{2} m v^2$, on obtient l'équation d'énergie scalaire qui est le troisième moment de l'équation de Boltzmann [21]:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial n m}{\partial t} \langle v^2 \rangle + \nabla \times \left[\frac{1}{2} m n \langle (\vec{v} \vec{v}) \cdot \vec{v} \rangle \right] - n \langle \vec{f} \vec{v} \rangle = \int \frac{1}{2} m v^2 \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} d^3 \vec{v} \quad (\text{II.11})$$

II.2.8. Fermeture du système des équations de transport

L'utilisation des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann nous confronte à un système où le nombre d'inconnues dépasse celui des équations. Dans ce contexte, l'avantage des équations de transport, qui sont plus faciles à résoudre que l'équation de Boltzmann, est compromis par le grand nombre d'équations à traiter. Cela va à l'encontre de notre objectif, qui était d'éviter la complexité de la résolution de l'équation de Boltzmann. Par conséquent, nous nous limitons dans notre étude aux deux premiers moments de cette équation [26].

II.2.9. Equation de Poisson

Nous avons vu que la formation et la propagation des ondes d'ionisation résultent de la présence d'une charge d'espace. En effet, sous l'effet d'un champ électrique externe appliqué à la décharge, les particules chargées du milieu gazeux sont accélérées. Ce champ peut induire des processus d'ionisation, générant ainsi de nouvelles particules chargées. Lorsque leur densité devient suffisamment élevée, la séparation des espèces chargées (positives et négatives) crée un champ de charge d'espace, qui se superpose au champ externe [27].

L'évaluation du champ résultant est alors réalisée à l'aide de l'équation de Poisson suivante :

$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{e}{\epsilon_r} (n_p - n_e) \quad (\text{II.12})$$

Avec, ϵ_r : représente la constante diélectrique

e : la charge d'un électron.

n_p et n_e : les densités des particules positives et des électrons.

Le champ électrique \vec{E} est ensuite obtenu à partir du gradient du potentiel V :

$$\vec{E} = - \text{grad } \vec{v} \quad (\text{II.13})$$

II.2.10 Évolution de la vitesse ionique

L'évolution de la vitesse ionique décrit la variation de la vitesse d'un ion soumis à un champ électrique et/ou magnétique au cours du temps. Cette dynamique est régie par les lois fondamentales de la mécanique et de l'électromagnétisme.

L'équation de base est donnée par la deuxième loi de Newton appliquée à une particule chargée dans un champ électrique \vec{E} et un champ magnétique \vec{B} [27]:

$$(\vec{B} \times \vec{v} + \vec{E})q = \frac{d\vec{v}}{dt} m \quad (\text{II.14})$$

Avec:

- m : masse de l'ion (en kg)
- \vec{v} : vecteur vitesse de l'ion (en m/s)
- $\frac{d\vec{v}}{dt}$: dérivée temporelle de la vitesse, soit l'accélération (en m/s²)
- q : charge de l'ion (en coulombs, C)
- \vec{E} : champ électrique appliqué (en V/m)
- \vec{B} : champ magnétique appliqué (en teslas, T)
- $\vec{v} \times \vec{B}$: produit vectoriel représentant la force de Lorentz magnétique

II.2.11 Poussée ionique

La poussée ionique est un type de propulsion spatiale qui utilise l'éjection d'ions accélérés pour générer une force de poussée. Elle est utilisée surtout dans les satellites et les sondes spatiales.

L'équation qui décrit cette poussée est [27]:

$$F = e \cdot v \cdot i_n$$

$$F = n \cdot e \cdot v \cdot A \quad (\text{II.15})$$

- F : poussée (en N)
- i_n : débit massique (kg/s)
- n : densité d'ions (ions/m³)
- e : charge élémentaire ($1,6 \times 10^{-19}$ C)
- v : vitesse d'éjection des ions (m/s)
- A : surface de sortie du faisceau

II.3 Résolution numérique des équations

Dans le code MATLAB complet du propulseur à effet Hall que nous avons construit ensemble, plusieurs méthodes numériques explicites et itératives sont utilisées pour résoudre les équations physiques. Voici un résumé structuré par étape :

II.3.1. Méthode des disques pour la résolution de l'équation de Poisson

Comme mentionné précédemment, pour tenir compte du caractère non infini radialement de la décharge à plasma, le champ électrique axial peut être calculé à l'aide de la méthode des disques, développée par Davies . L'équation de Poisson, formulée en géométrie cartésienne monodimensionnelle, s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{\|e\|}{\varepsilon_0} (N_p - N_e) \quad (\text{II.16})$$

Elle peut être résolue par des méthodes matricielles, directes (comme la méthode tridiagonale de Thomas ou la méthode des disques) ou itératives (telles que Gauss-Seidel ou la sur-

relaxation). Parmi ces approches, la méthode des disques s'avère particulièrement adaptée à notre problème, et ses résultats seront comparés à ceux obtenus par la méthode de Thomas 1D [28].

En développant le terme de gauche de l'équation (II.16) et en exprimant ses dérivées à l'aide de différences finies centrées sur un maillage uniforme entre les électrodes, on obtient l'équation discrétisée...

On obtient alors :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{V_{i+1} + 2V_i + V_{i-1}}{dx^2} \quad (\text{II.17})$$

Pour i variant de 2 à n_x-1 , ce système d'équations, soumis aux conditions aux limites connues, peut être résolu par la méthode des disques. Figure (II.1)

Le champ électrique calculé par cette méthode en chaque point de la décharge correspond à la superposition des champs générés par des disques élémentaires. Le principe, illustré sur la figure(II.1), repose sur la modélisation d'un cylindre de rayon r autour de l'axe de propagation, discrétisé en n_x points. La distribution de charge nette $P(x)$ est donnée par :

$$\rho(x) = e(n_p(x) - n_e(x)) \quad (\text{II.18})$$

Cette distribution est supposée uniforme sur chaque disque du cylindre. La perturbation élémentaire du champ dE en un point P de l'axe, due à un disque d'épaisseur dx situé à une distance x' de P , s'exprime :

- À gauche de P :

$$dE(x) = 2\pi\rho(x + x') \left[-1 - \frac{x'}{(x'^2 + r^2)^{1/2}} \right] dx' \quad (\text{II.19})$$

- À droite de P :

$$dE(x) = 2\pi\rho(x + x') \left[1 - \frac{x'}{(x'^2 + r^2)^{1/2}} \right] dx' \quad (\text{II.20})$$

En intégrant les contributions de toutes les charges du cylindre, le champ total $E(x)$ s'écrit :

$$E(x) = \frac{1}{2} \left(\int_{-x}^0 \rho(x+x') \left[-1 - \frac{x'}{(x'^2+r^2)^{1/2}} \right] dx' + \int_0^{x_{max}-1} \rho(x+x') \left[1 - \frac{x'}{(x'^2+r^2)^{1/2}} \right] dx' \right) \quad (\text{II.21})$$

Le champ électrique total de la décharge à plasma résulte de la somme algébrique du champ géométrique et du champ induit par la charge d'espace, donné par l'équation (II.21).

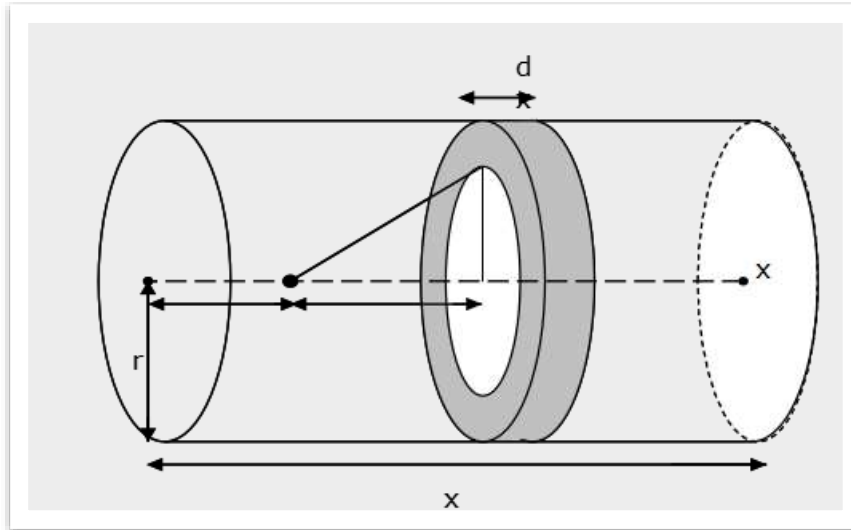


Figure II.1 : Calcul du champ électrique par la méthode des disques .

II.3.2 Résolution numérique des équations de transport par le Schéma Scharfetter et Gummel (SG)

Pour résoudre les équations de transport des particules (ions, électrons, neutres) dans le modèle hydrodynamique il faut choisir un schéma numérique stable, efficace et capable de résoudre les équations du modèle hydrodynamique, il est important de préciser quelques conditions nécessaires permettant d'avoir les qualités souhaitées. Donc, il faut écrire les équations du problème donné (ce qui a été fait dans le chapitre II) et définir leur domaine de validité. Ensuite après avoir effectué des éventuelles simplifications sur les équations, il faut rechercher les conditions initiales du problème et les données de base nécessaires à sa résolution.

Parmi les critères nécessaires pour avoir une technique numérique performante, nous citons :

- La méthode de résolution utilisée ne doit pas générer des particules fictives qui ne correspondent pas au résultat de l'équation de conservation des particules.
- Les résultats obtenus ne doivent pas être non physiques, comme par exemple obtenir des densités de particules négatives.
- Les résultats doivent être obtenus sans oscillations numériques et sans diffusion numérique. Cela signifie que la méthode de résolution utilisée doit assurer la stabilité du profil, tel que, le profil de densité.
- La méthode numérique doit pouvoir tenir compte des variations brusques spatiales ou temporelles des densités initiales ou calculées.
- La méthode numérique doit prendre en compte les conditions aux limites exactes de la décharge.
- La méthode doit être la plus rapide que possible, et facilement adaptable à une résolution d'un problème multidimensionnel.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \frac{\partial n_e w_{e,r}}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial}{\partial \vec{r}} d_{e,r} \frac{\partial n_e}{\partial \vec{r}} = S_e \quad (\text{II.22})$$

Avec :

- \mathbf{n} : densité de particules (nombre de particules par unité de volume)
- \vec{v} : vecteur vitesse du fluide (ou des particules)
- $\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t}$: variation temporelle locale de la densité
- $\nabla \cdot (n\vec{v})$: divergence du flux de particules (terme convectif)
- S : terme source (création ou disparition de particules, par exemple via ionisation ou recombinaison)

Dans ce mémoire, nous allons coupler entre le schéma SG normal et les schémas améliorés SG0 d'ordre 0 et SG1 d'ordre 1 présentés par Kulikovsky.

Le schéma implicite SG résout un système d'équations à chaque pas temporel en fonction des grandeurs connues aux instants t et $t+\Delta t$, d'où la dénomination d'implicite. Le principe des schémas SG, SG0 et SG1 est basé sur la création d'un maillage constitué de nœuds élémentaires comme indiqué sur la figure (II.3) [33].

Nous notons : $i-1/2$ le milieu de la cellule comprise entre deux nœuds consécutifs $i-1$ et i et le milieu $i+1/2$ entre les nœuds i et $i+1$.

h_i est le pas spatial entre deux nœuds consécutifs i et $i+1$ défini comme suit :

$$h_i = x_{i+1} - x_i \quad (\text{II.23})$$

h_v est le pas virtuel entre deux nœuds virtuels x_G et x_D défini comme suit :

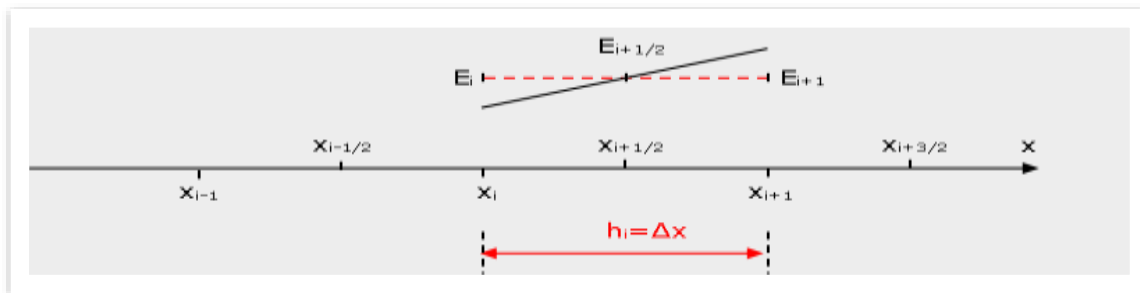
$$h = \sqrt{2\varepsilon D D_{i+1/2} h_i / \mu \parallel E_{i+1} - E_i \parallel} \tag{II.24}$$

$$a_i = \frac{\mu h_i E_i}{D_{i+1/2}} \tag{II.25}$$

Les nœuds virtuels x_G et x_D sont donnés par les expressions suivantes :

$$x_G = (x_i + x_{i+1} - h_v)/2 \quad \text{et} \quad x_D = (x_i + x_{i+1} + h_v)/2 \tag{II.26}$$

Le champ électrique longitudinal $E_{i+1/2}$ au point milieu $i+1/2$ est la moyenne des deux champs longitudinaux E_i et E_{i+1} . Nous supposons que le flux $\phi_{i+1/2}^k$, le champ $E_{i+1/2}$ et le coefficient de



diffusion $D_{i+1/2}$ sont constants entre deux nœuds consécutifs i et $i+1$. Voir figure (II.2)

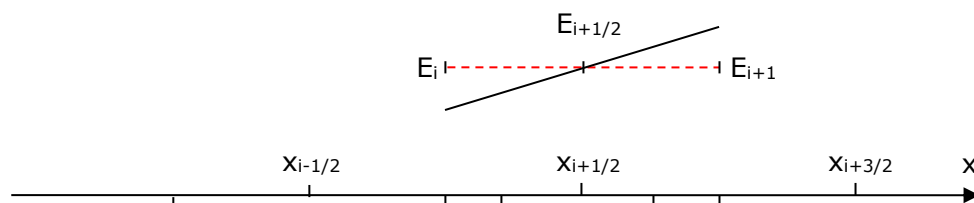


Figure 7.2 Présentation du maillage élémentaire sur l'axe de propagation OX.



Figure II.3 : Présentation du maillage constitué des nœuds virtuels sur l'axe OX.

Pour résoudre les équation de Dérive-Diffusion par les schémas SG, SG0 et SG1, il faut suivre les étapes suivantes :

1. *Calculer les flux:*

lorsque: $h_v = h_i$, le flux est calculé par le schéma SG selon l'expression (II.27) :

$$\Phi_{i+1/2}^k = \frac{D_{i+1/2}}{h_i I_0} (n_i^k - e^{\alpha_i} n_{i+1}^k) \quad (\text{II.27})$$

avec:

$$\text{et } I_0 = \frac{e^{\alpha_i} - 1}{\alpha_i}$$

lorsque: $h_v < h_i$, le flux peut être calculé:

soit par le schéma SG0, dont l'expression est donnée comme suit :

$$\Phi_{i+1/2}^k = \frac{D_{i+1/2}}{h_v I_0} (n_G - e^{\alpha_v} n_D) \quad (\text{II.28})$$

Avec:

$$\alpha_v = \frac{\mu h_v E_i}{D_{i+1/2}},$$

$$\text{et } I_0 = \frac{e^{\alpha_v} - 1}{\alpha_v}$$

notant que n_G et n_D sont les densités aux noeuds virtuels X_G à gauche et X_D à droite voir figure (II.3) données par les expressions suivantes:

$$n_G = (n_i^k + 1) e^{a(x_G - x_i)} - 1 \quad (\text{II.29})$$

$$n_D = (n_i^k + 1) e^{a(x_D - x_i)} - 1 \quad (\text{II.30})$$

avec:

$$a = \frac{1}{h_i} \log \left(\frac{n_{i+1}^k + 1}{n_i^k + 1} \right),$$

ou par le schéma SG1, qui est donné par les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Phi_{i+1/2}^k = \frac{D_{i+1/2}}{h_v I_1} (n_G - e^{\alpha_v} (1 + \alpha_v \beta_v) n_D) & \text{si } |w_G| \geq |w_D| \\ \Phi_{i+1/2}^k = \frac{D_{i+1/2}}{h_v I_1'} (e^{-\alpha_v'} (1 + \alpha_v' \beta_v')^{-1} n_G - n_D) & \text{si } |w_G| < |w_D| \end{array} \right. \quad (\text{II.31})$$

Nous définissons les vitesses de dérives correspondantes au noeuds virtuels n_G et n_D comme suit:

$$\begin{cases} w_G = (w_i + w_{i+1} - \Delta w_v)/2 \\ w_D = (w_i + w_{i+1} + \Delta w_v)/2 \\ \Delta w_v = \frac{h_v}{h_i} (w_{i+1} - w_i) \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

avec :

$$\alpha_v = -\frac{h_v w_G}{D_{i+1/2}},$$

$$\beta_v = \frac{w_D - w_G}{2w_G},$$

$$I_1 = -\frac{\alpha_v^2 + \alpha_v \beta_v}{\alpha_v^3} + \frac{e^{\alpha_v}}{\alpha_v^3} (\alpha_v^3 \beta_v + \alpha_v^2 + 2\alpha_v \beta_v - 2\alpha_v^2 \beta_v) \quad (\text{II.33})$$

et :

$$\alpha'_v = -\frac{h_v w_D}{D_{i+1/2}},$$

$$\beta'_v = \frac{w_D - w_G}{2w_D},$$

$$I'_1 = \frac{\alpha_v'^3 + 2\alpha_v' \beta'_v}{\alpha_v'^3} - \frac{e^{-\alpha_v'}}{\alpha_v'^3} (\alpha_v'^3 \beta'_v + \alpha_v'^2 + 2\alpha_v' \beta'_v + 2\alpha_v'^2 \beta'_v) \quad (\text{II.34})$$

2. Calculer la solution:

La densité calculée au temps $t+\Delta t$ s'écrit sous la forme:

$$n_i^{k+1} = n_i^k \Phi_{i+1/2-c_{i-1/2}}^k \Phi_{i-1/2}^k \quad (\text{II.35})$$

Après avoir décrit la méthode Scharfetter et Gummel, nous allons maintenant effectuer des tests numériques la comparant avec d'autres techniques afin de choisir le schéma le plus adapté pour notre modélisation numérique.

II.4. Conclusion

Ce chapitre a permis d'explorer la modélisation mathématique des décharges électriques, en s'appuyant notamment sur la fonction de distribution (l'équation de Boltzmann et ses moments) et l'équation de Poisson pour calculer le champ électrique. Le recours à la résolution numérique s'est imposé comme une alternative incontournable.

L'introduction de méthodes numériques telles que la méthode des disques a permis de simuler efficacement le champ électrique. De même, l'utilisation de schémas numériques avancés

comme ceux de Scharfetter-Gummel va contribuer à améliorer la précision et la stabilité des résultats,. Cette base théorique solide constitue un socle essentiel pour les simulations présentées dans le chapitre suivant.

Chapitre III :

Modélisation numérique

III.1 Introduction

Ce chapitre présente la mise en œuvre et la validation d'un code numérique dédié à la simulation des propulseurs à effet Hall. Après avoir testé la méthode des disques et les schémas numériques par des impulsions types et un cas de référence tel que celui de Kulikovsky [33], nous définissons les caractéristiques des propulseurs simulés. L'organigramme du code est ensuite présenté, suivi d'une série de simulations permettant d'analyser l'influence de la tension appliquée sur la vitesse du vent ionique, paramètre clé dans l'évaluation de la poussée. Une analyse des résultats de simulation mettra en lumière les relations entre ces paramètres et les performances globales du propulseur, ouvrant la voie à des applications optimisées dans le domaine spatial [34].

III.2 Tests de validité de la méthode des disques

Afin d'évaluer la fiabilité de la méthode des disques, nous examinons son comportement à travers des cas tests où la solution analytique de l'équation de Poisson est connue à l'avance. L'objectif est de déterminer les distributions du champ et du potentiel électriques entre deux électrodes, en appliquant une tension fixe aux extrémités de l'intervalle. Ces tests sont menés pour différents profils de charge d'espace nette : nulle, uniforme et variable.

Dans ces simulations, on suppose que le rayon de la décharge est suffisamment grand (tendant vers l'infini), ce qui permet une comparaison directe avec les résultats obtenus par la méthode de Thomas, utilisée dans des conditions numériques identiques.

Le calcul porte sur la variation du champ électrique et du potentiel en fonction de la position spatiale. Les paramètres utilisés dans cette expérience numérique sont les suivants :

- Distance entre les électrodes : 1 unité arbitraire (ua)
- Nombre de points de discrétisation (n_x) : 100
- Tension appliquée à l'électrode de droite : 10 ua
- Rayon de la décharge : 100 fois la distance inter-électrodes

Dans le cas d'une charge d'espace à profil variable, nous avons adopté une distribution gaussienne, illustrée dans la figure (III.1), et définie par la relation suivante :

$$\rho(x) = 100 (\exp(-160(x - 0.5)^2)) \quad \text{(III.1)}$$

Les figures (III.2 à III.7) illustrent successivement l'évolution du potentiel et du champ électriques en fonction de la position, pour différents profils de charge d'espace (nulle, constante et variable), obtenus à la fois par la méthode des disques et par la méthode classique de Thomas. Les résultats montrent une bonne concordance entre les deux approches, confirmant ainsi la fiabilité de la méthode des disques dans la résolution de ce type de problèmes électrostatiques.

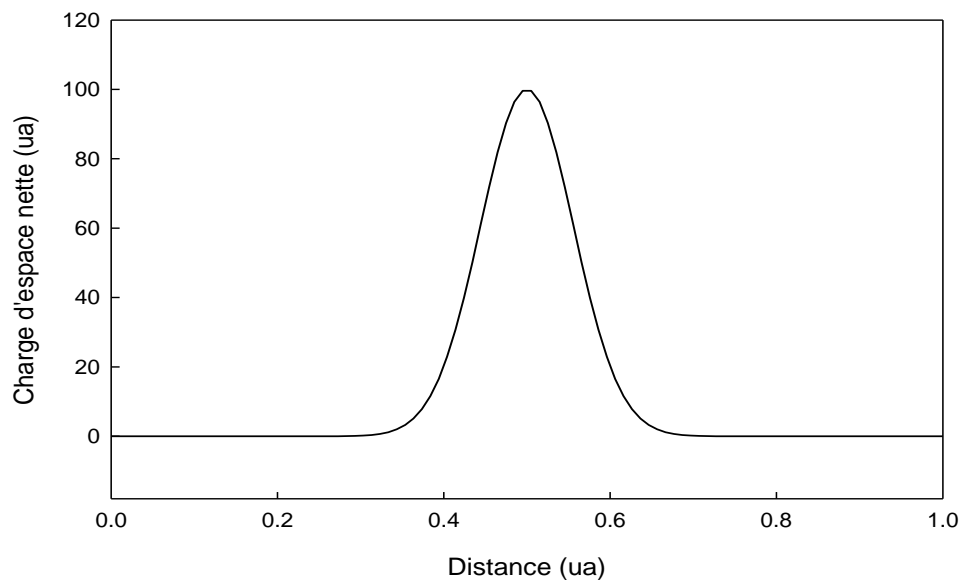


Figure (III.1): Profil gaussien utilisé dans la méthode des disques.

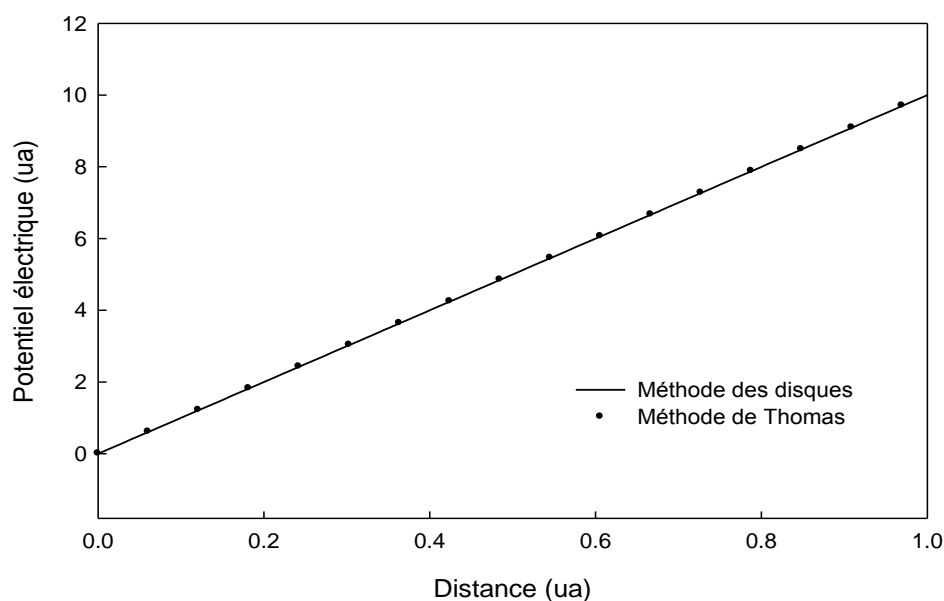


Figure (III.2) : Potentiel électrique calculé pour une charge d'espace nulle

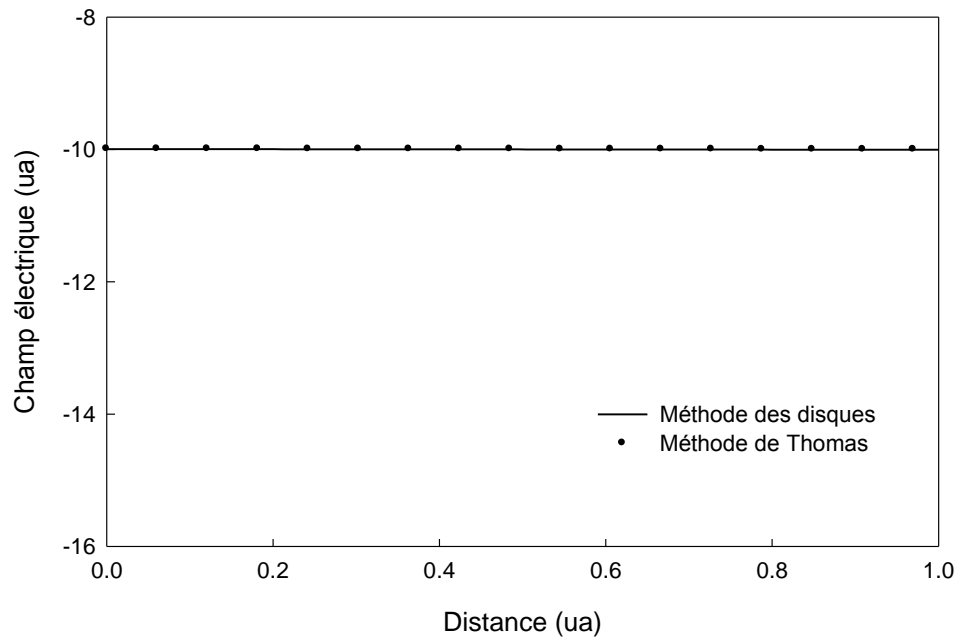


Figure (III.3) : Champ électrique calculé pour une charge d'espace nulle

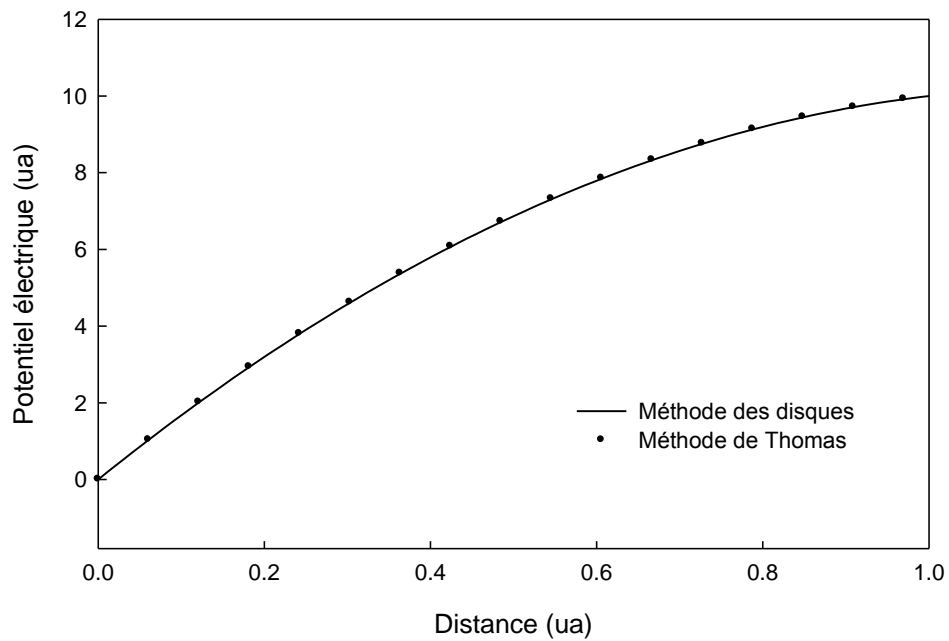


Figure (III.4) : Potentiel électrique calculé pour une charge d'espace constante

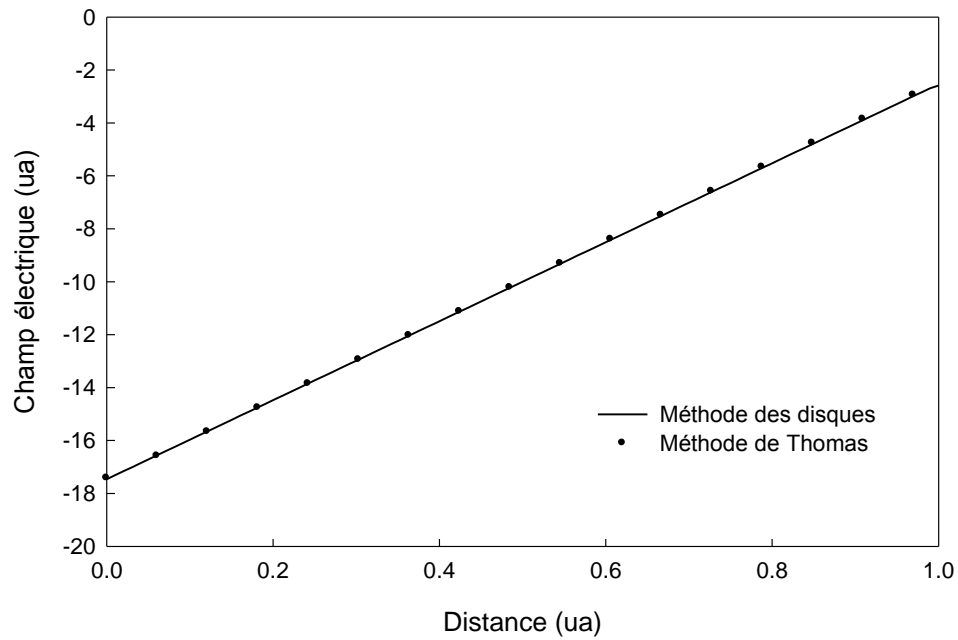


Figure (III.5) : Champ électrique calculé pour une charge d'espace constante

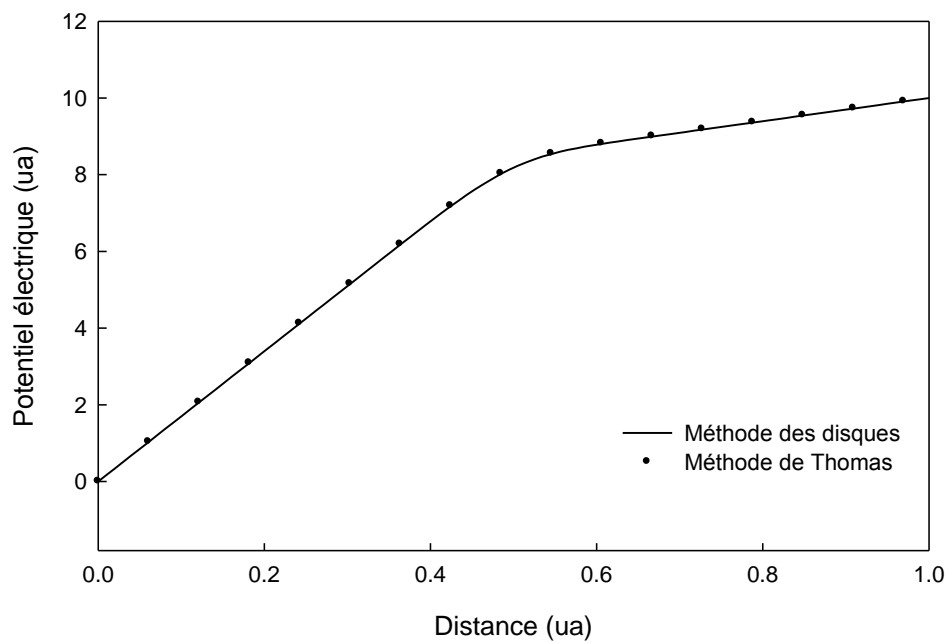


Figure (III.6) : Potentiel électrique calculé pour un profil de charge d'espace gaussien

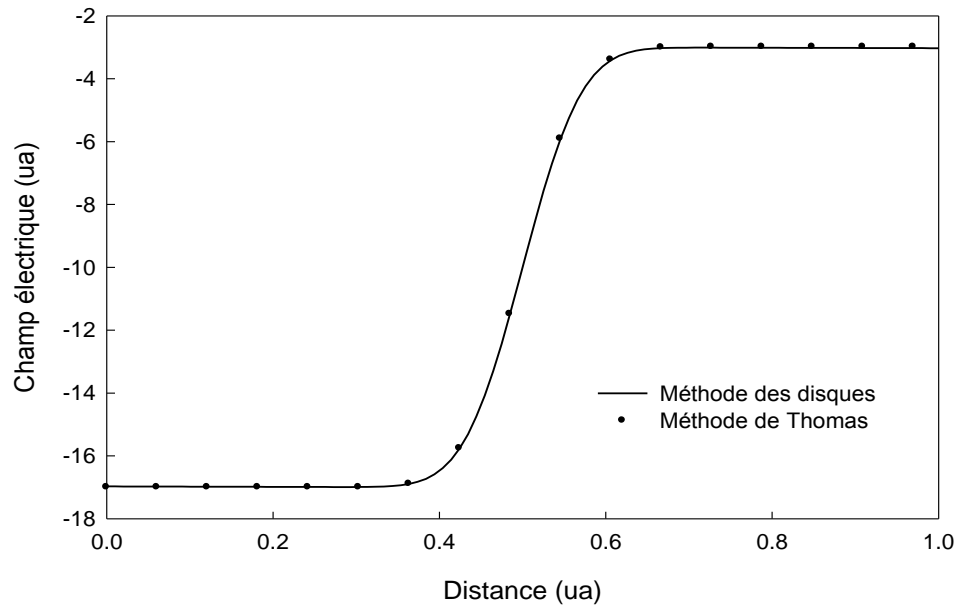


Figure (III.7) : Champ électrique calculé pour un profil de charge d'espace gaussien

III.3. Tests du schéma numérique utilisé

Pour valider le schéma numérique utilisé dans ce mémoire et tester ses performances, nous allons lui effectuer des tests numériques en suivant l'évolution d'une densité initiale sans terme source dans le cas des situations tests où l'on connaît déjà la solution.

III.3.1. Test de l'impulsions rectangulaire, gaussienne et triangulaire

Il s'agit de la propagation d'un profil de densité multi-formes ; rectangulaire, gaussien et triangulaire. L'objectif est de comparer notre méthode avec d'autres méthodes telles que Superbee, ADBQUICKEST et la FCT [35] afin d'identifier la méthode la plus fidèle aux critères de précision et de stabilité.

- Nombre de points : $n_x = 500$ le long de l'axe de propagation.

- Vitesse de dérive : constante, $W = 10$ (ua).

- $n(x, t=0) = 10$ (ua) $0.05 < x < 0.25$ (ua)
- $n(x, t=0) = 10 \cdot (\exp(-300(x-0.2)^2))$ (ua) pour $0.35 < x < 0.6$ (ua)
- $n(x, t=0) = 100x - 75$ pour $0.75 < x < 0.85$ (ua)
- $n(x, t=0) = -100x + 95$ pour $0.85 \leq x < 0.95$ (ua)
- $n(x, t=0) = 0$ dans le reste de l'intervalle.

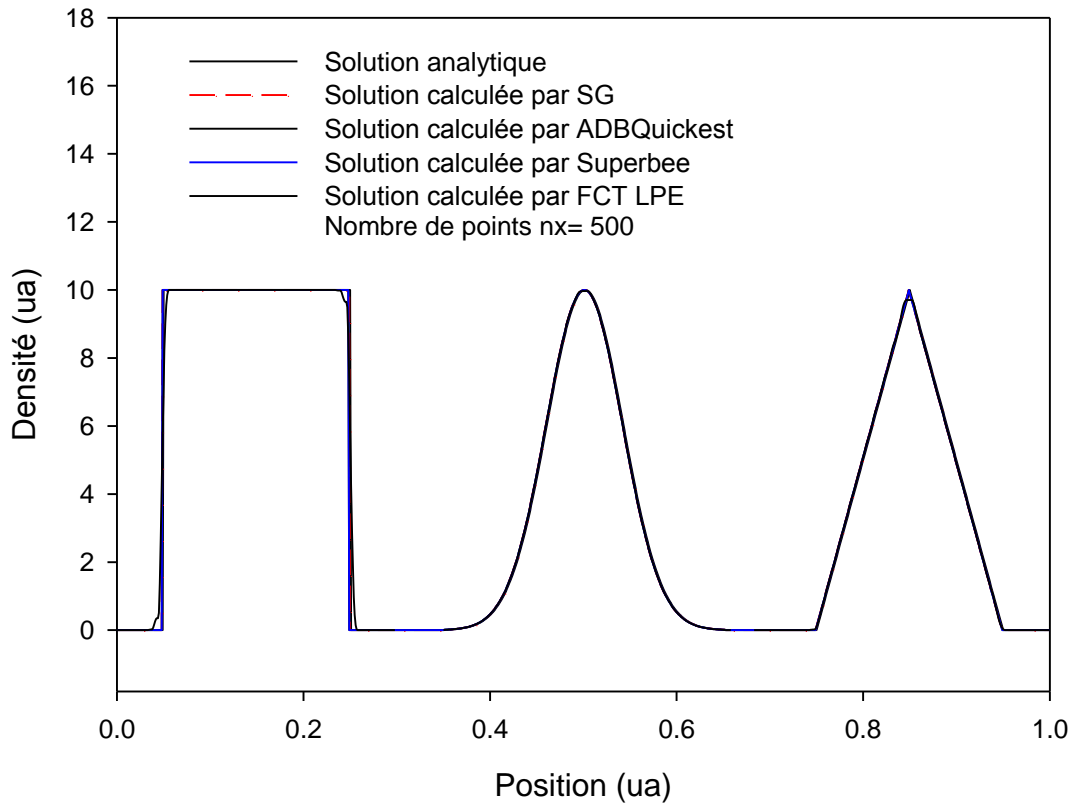


Figure (III.8) : Solutions calculées après une période T.

La figure (III.8) illustre les résultats simulés à l'instant $t=T$ pour une vitesse de propagation constante, avec un maillage de 500 points n_x et un espace inter-électrodes de 1 (ua). Tous les schémas numériques reproduisent correctement le profil analytique, excepté le schéma FCT LPE qui présente des écarts localisés au niveau des discontinuités (angles droits des rectangles et sommet du triangle). Cet écart s'explique par le mécanisme de correction du schéma FCT LPE, conçu pour éliminer systématiquement tout extremum local, ce qui altère la représentation des singularités.

III.3.2. Test de validation proposé par Kulikovsky

Ce test, introduit par Kulikovsky [33], permet d'analyser l'évolution spatio-temporelle d'une densité initiale en forme d'onde de choc, définie par :

$$n(x, t=0) = n_1 + \frac{1}{2} \left[1 + \tanh\left(\frac{x-0.6}{0.02}\right) \right] n_2 \quad (\text{III.2})$$

Avec : $n_1 = 10^{12}(\text{ua})$ et $n_2 = 10^{12}(\text{ua})$

Dans cette étude, les effets du terme source et du terme de diffusion ont été volontairement négligés. La simulation a été réalisée avec un maillage de 400 points (n_x) distribués sur un intervalle inter-électrodes de 1(ua), sous l'effet d'une vitesse de dérive définie par la relation :

$$W(x) = -A x \quad (\text{III.3})$$

Où : $A = 10^4(\text{ua})$.

En l'absence de diffusion, l'équation de continuité se réduit à une équation différentielle admettant une solution analytique explicite, donnée par l'expression :

$$n(x,t) = e^{At} n(xe^{At}, t=0) \quad (\text{III.4})$$

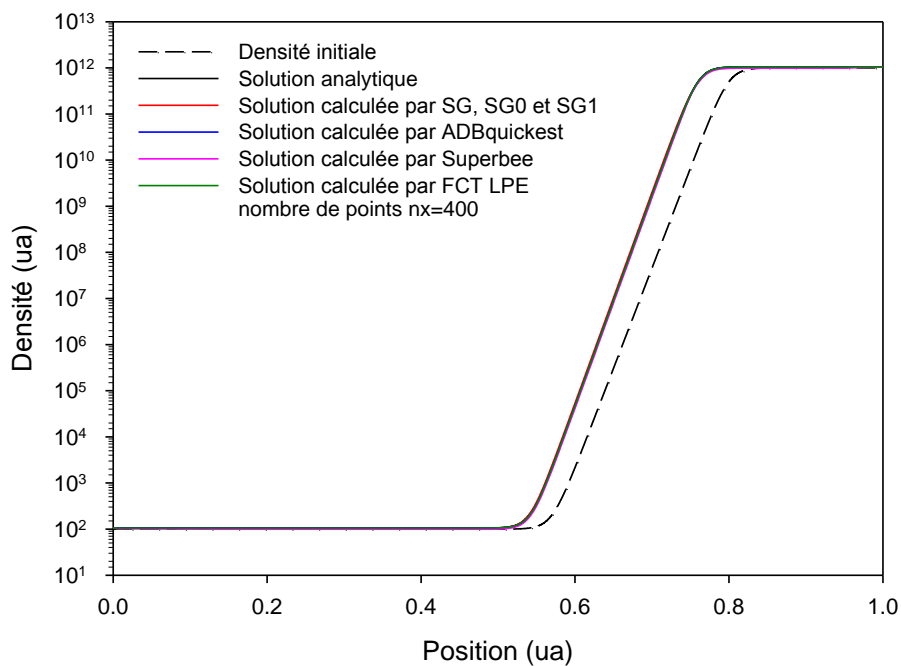


Figure (III.9) : Solutions calculées par des différents schémas numériques $n_x=400$

La figure (III.9) illustre les résultats obtenus à l'aide de plusieurs schémas numériques, en considérant une discrétisation spatiale de 400 points (n_x). Les courbes obtenues coïncident parfaitement avec la solution analytique, ce qui atteste de la précision des méthodes utilisées. Afin d'évaluer leur robustesse, la résolution spatiale a ensuite été volontairement diminuée en ramenant le nombre de points à $n_x = 100$, tout en maintenant inchangées les conditions initiales..

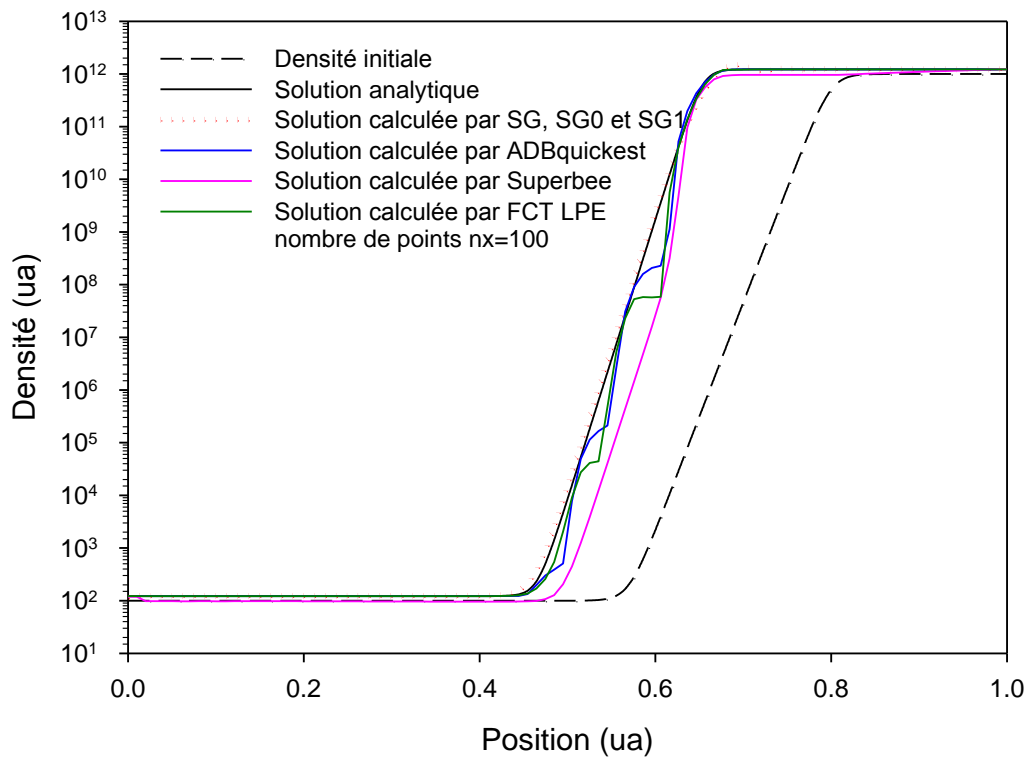


Figure (III.10) : Solutions calculées par des différents schémas numériques. $n_x=100$

La figure (III.10) présente les résultats de la simulation obtenus avec une résolution spatiale réduite à $n_x = 100$, tout en conservant les mêmes conditions que précédemment. Il apparaît que le schéma Superbee génère un léger décalage ainsi qu'une déformation par rapport au profil analytique. De plus, les méthodes ADBQuickest et FCT LPE révèlent des artefacts numériques caractéristiques, prenant la forme de paliers ou d'effets d'escaliers (clipping). En revanche, l'algorithme Scharfetter-Gummel ainsi que ses variantes SG0 et SG1 maintiennent une excellente concordance avec la solution théorique, ce qui souligne leur robustesse même lorsque la discrétisation est moins fine.

III.4. Les caractéristiques de propulseurs à effet hall à simuler

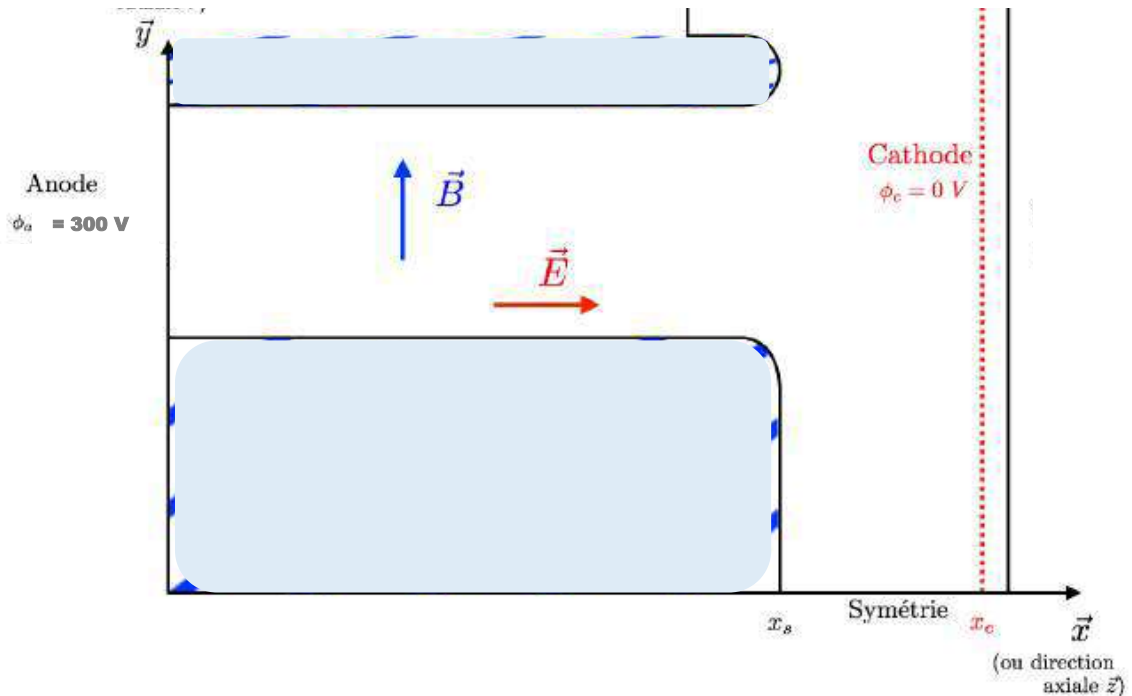


Figure (III.11) : Domaine de calcul représentant le SPT100.

Dans notre exemple le propulseur à effet Hall (figure III.11) est un propulseur électrique ayant une architecture annulaire, aux dimensions réduites (4 cm de longueur, 1,6 cm de hauteur et 4 cm de rayon extérieur), repose sur une combinaison ingénieuse de champs électromagnétiques et d'un processus d'ionisation gazeuse pour générer une poussée significative [36,37].

Le fonctionnement de ce propulseur commence par l'injection d'un gaz propulsif, généralement du xénon, à travers une anode poreuse située à l'entrée de la chambre de propulsion. Une tension continue de 300 volts est appliquée entre cette anode et une cathode périphérique externe, chargée d'émettre des électrons. La particularité du moteur réside dans l'utilisation simultanée d'un champ magnétique axial, généré par des bobines externes ou des aimants permanents [38]. Ce champ magnétique est disposé perpendiculairement au champ électrique radial, créant une configuration qui piège efficacement les électrons émis par la cathode.

Sous l'effet de ces champs croisés, les électrons ne suivent pas une trajectoire linéaire mais s'enroulent en spirale autour des lignes de champ magnétique. Ce mouvement prolongé augmente considérablement leur probabilité d'entrer en collision avec les atomes de xénon neutres injectés dans le canal. Ces collisions multiples provoquent l'ionisation des atomes, transformant le gaz en un plasma dense. Les ions positifs ainsi créés sont alors violemment accélérés par le champ électrique radial vers la sortie du propulseur, atteignant des vitesses proches de 20 km/s. L'éjection de ces ions à haute vitesse génère une poussée suffisante pour assurer le déplacement et le maintien en orbite des satellites [39].

La structure classique du propulseur comprend un canal en céramique qui confine le plasma, un diffuseur de xénon pour une distribution homogène du gaz, et une anode située au fond du canal. La cathode, placée à l'extérieur de l'ensemble, complète le circuit électrique. Le circuit magnétique, alimenté par des bobines, produit un champ magnétique dont la répartition spatiale des lignes de champ est cruciale pour le piégeage des électrons. Ces derniers, une fois émis par la cathode, effectuent des allers-retours entre les parois du canal tout en suivant un mouvement de rotation dû à l'effet Hall.

La différence de potentiel entre la cathode et l'anode génère un champ électrique dont l'intensité et la répartition dépendent étroitement du champ magnétique. Cette synergie entre les champs électrique et magnétique optimise le processus d'ionisation et l'accélération des ions, garantissant une propulsion efficace avec une consommation d'énergie maîtrisée. Ainsi, le moteur à effet Hall représente une solution performante pour les missions spatiales nécessitant une poussée précise et durable [40].

L'analyse de la décharge commence par la définition des paramètres initiaux (densité, distance inter-électrodes, pression, potentiel). Ensuite, les composantes du champ électrique (longitudinale, transversale, tangentielle) sont calculées via la méthode de sur-relaxation. Les densités électronique et ionique sont déterminées à partir des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann, suivis du calcul du terme source. Une fois le temps maximal atteint, les résultats sont extraits, incluant les caractéristiques de la décharge : densités des particules, charge nette et distribution du champ électrique.

III.5. Organigramme du code numérique développé

L'organigramme décrit le processus itératif de simulation d'une décharge plasma dans un propulseur à effet Hall, où chaque cycle temporel Δt comprend plusieurs étapes clés : la résolution de l'équation de Poisson permet de déterminer le potentiel électrique à partir des densités de charge, suivi du calcul du champ électrique qui influence le mouvement des particules ; le module de transport simule ensuite la dynamique des ions (accélérés par le champ) et des électrons (confinés par le champ magnétique), tandis que les termes "Sources" modélisent l'injection du gaz propulsif et l'émission électronique, et les "Conditions aux limites" assurent la cohérence physique aux frontières du système. Cette approche capture les interactions complexes entre le champ électromagnétique et les particules chargées, essentielles pour modéliser les performances du propulseur à chaque itération temporelle [41].

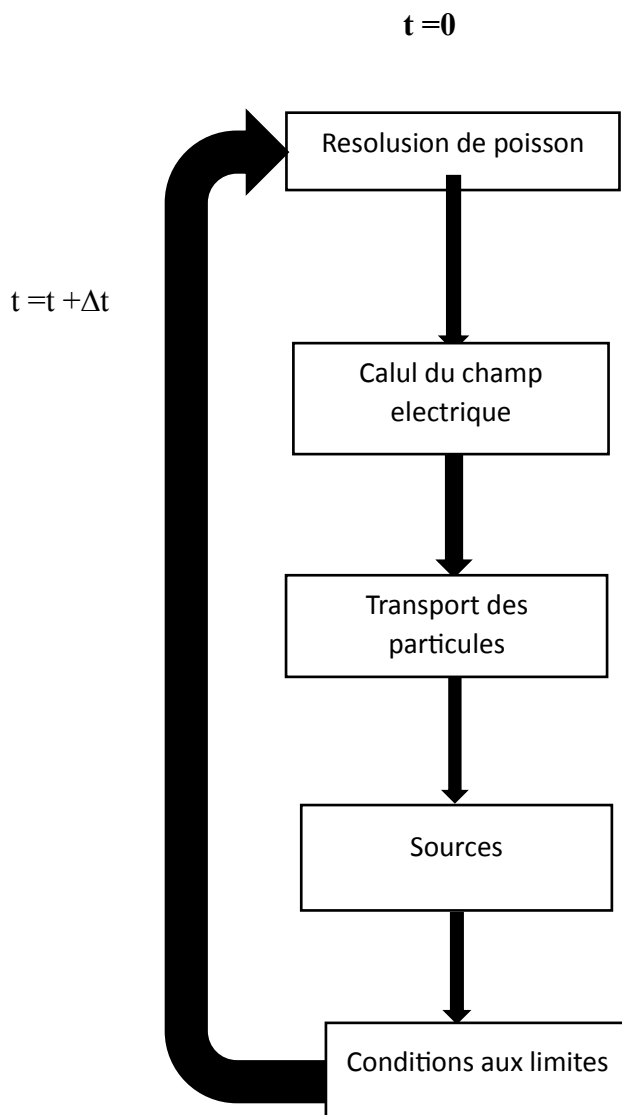


Figure III.12 : .Organigramme du code numérique développé

III.6. Résultats et discussions

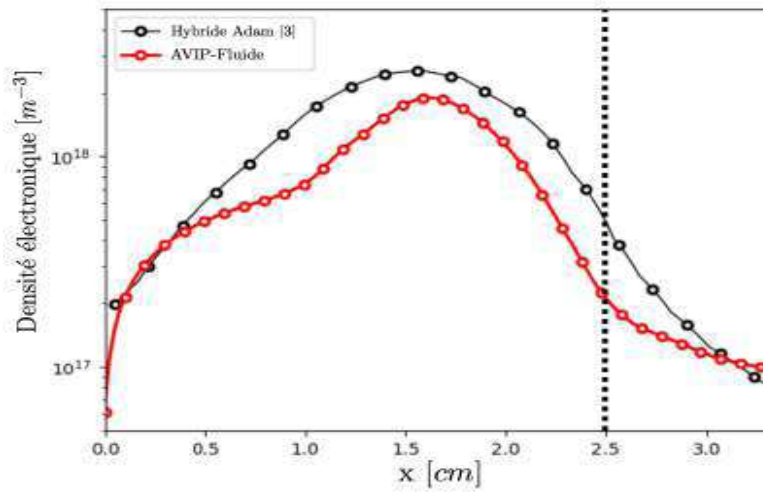


Figure III.13 : Densités des électrons des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam

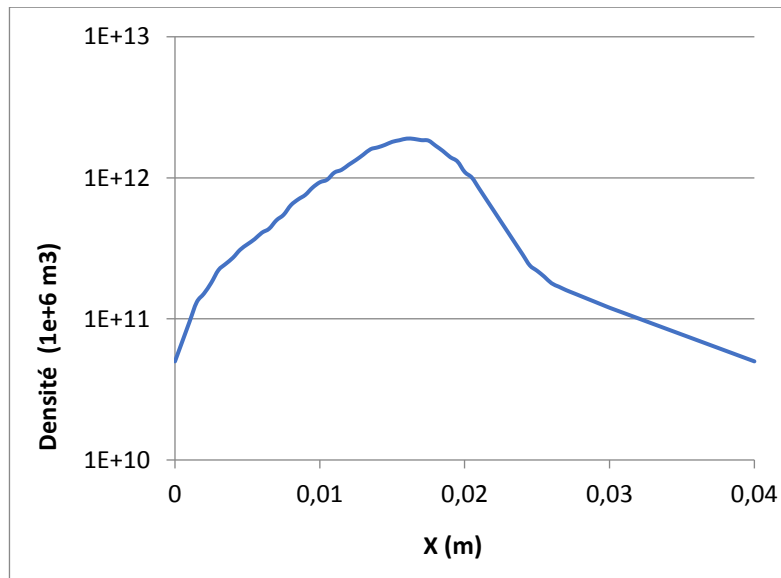


Figure III.14. Densité électronique calculée

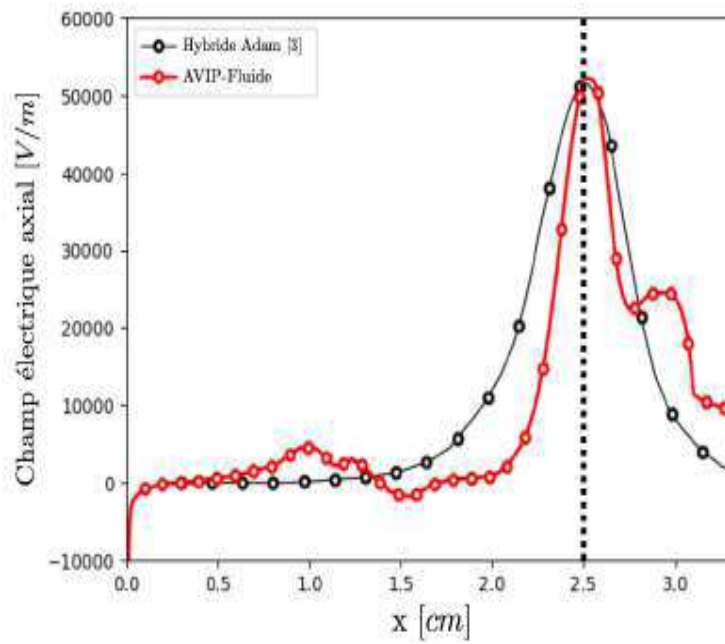


Figure III.15 : Champ électrique issu des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam

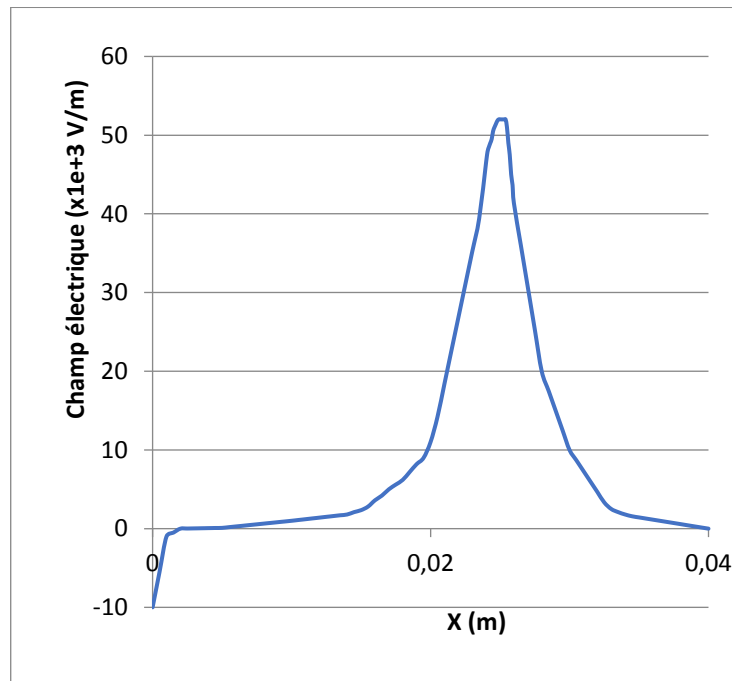


Figure III.16 : Champ électrique calculé

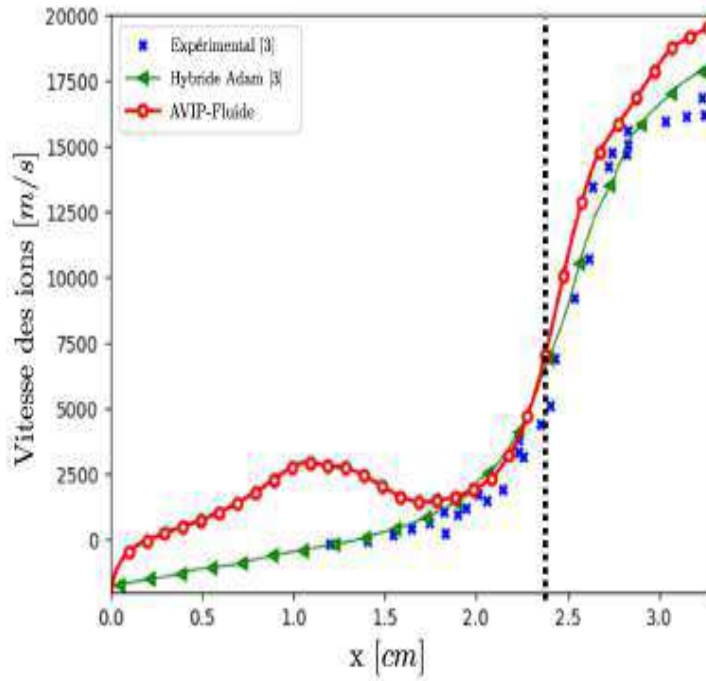


Figure III.17 : Vitesse des ions des travaux de V. JONCQUIÈRES et Adam

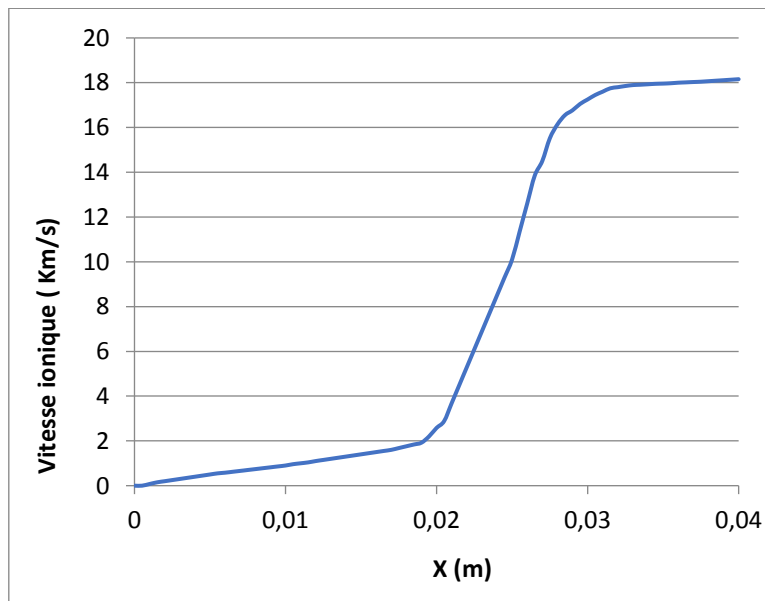


Figure III.18 : Vitesse ionique calculée

Les ions sont principalement accélérés dans le plan de sortie, conformément au principe de fonctionnement d'un moteur à effet Hall. Ils atteignent une vitesse maximale d'environ 18 km/s en aval du plan de sortie, sous l'effet du champ électrique axial qui atteint son maximum. Les profils de densité électronique, du champ électrique et de vitesse ionique sont présentés respectivement sur les Figures (III.14), (III.16) et (III.18). On observe que la densité calculée par notre code numérique est en adéquation avec les résultats expérimentaux dans la littérature figure (III.13).

La densité électronique présentée à l'échelle logarithmique montre un profil en « cloche » : elle est relativement faible aux extrémités près de $X=0$ et pour $X>0,03$ m) et atteint un pic d'environ $2 \cdot 10^{18}$ m³ autour de $X \approx 0,015-0,02$ m. Ce profil traduit la localisation de la zone d'ionisation (zone de décharge) : c'est là que les électrons, accélérés par le champ électrique axial, ionisent le gaz neutre et créent le plasma. Selon les modèles, les densités ionique et électronique sont très proches et maximalelement élevées dans cette zone d'ionisation. On remarque que le maximum de densité se situe légèrement en amont du pic de champ électrique. Après cette zone d'ionisation, la densité décroît rapidement car le plasma s'étend hors du canal. En d'autres termes, les électrons fournissent localement suffisamment d'énergie (via le champ axial) pour l'ionisation du xénon, ce qui se traduit par un profil dense avant l'accélération. Donc, la densité électronique augmente fortement à partir de l'entrée du canal ($x \approx 0$), atteint un maximum vers $x \approx 0,018$ m, puis décroît progressivement. C'est la région d'ionisation principale, où les électrons issus de la cathode ionisent le gaz (xénon). Au-delà de 0,018 m : les électrons sont moins nombreux (pertes + accélération), la densité décroît les ions dominant dans cette zone en aval. Cela reflète le comportement attendu dans un propulseur Hall à effet SPT-100, où la zone d'ionisation se trouve en amont de la zone d'accélération.

Le graphe de la vitesse des ions montre une évolution en trois phases le long de l'axe de propagation. Près de $X=0$, la vitesse est très faible (proche de 0 km/s) : c'est la zone d'entrée ou de décharge où les ions viennent d'être produits. Ensuite, entre environ $X \approx 0,02$ m et $X \approx 0,03$ m, on observe une montée très abrupte de la vitesse jusqu'à 17 à 18 km/s. Cette forte augmentation correspond à la zone d'accélération : un champ électrique axial important (de l'ordre de 40–50 kV/m propulse les ions vers l'aval. Au-delà de 0,03 m, la courbe sature vers une valeur quasi-constante d'environ 18 km/s. Ces valeurs sont cohérentes avec les performances typiques d'un thruster Hall (de 15 à 30 km/s d'après la littérature. Aussi, La vitesse ionique simulée est en bon accord avec les résultats expérimentaux et ceux du modèle

hybride, et inférieure à la vitesse calculée par JONCQUIÈRES (figure III.18). Elle atteint une vitesse maximum d'environ 18 km/s

Le champ électrique montré sur la figure (III.16) est en accord avec les résultats obtenus par le code hybride (figure III.15). Il est quasiment nul entre 0 et 0,015 m, puis il croît brutalement pour atteindre un pic de presque 52 kV/m à $x \approx 0,022$ m dans le plan de sortie, avant de décroître rapidement.

Cette forme en pic étroit et intense est caractéristique de la zone d'accélération des ions et est légèrement en aval du maximum de la densité électronique, ce qui est typique dans les propulseurs Hall: Zone d'ionisation (où les électrons abondent) précède la Zone d'accélération, où les ions sont propulsés. Le champ électrique intense dans cette région accélère les ions jusqu'à des vitesses très élevées, produisant ainsi la poussée.

Plus précisément, le champ électrique présente un profil en crête étroit vers $X \approx 0,02-0,025$ m. Pour $X < 0,01$ m, le champ est faible et même légèrement négatif près de $X=0$, probablement lié à la distribution de potentiel près de l'anode. Puis, à partir de $X \approx 0,01$ m, le champ remonte rapidement pour atteindre un pic de 52 kV/m vers $X \approx 0,022$ m. Ce pic corrobore la nécessité d'un champ axial intense pour accélérer les ions à vitesse élevée. Après ce pic, le champ chute tout aussi brusquement vers 0 aux abords de $X=0,03-0,04$ m (arrivée à la sortie du canal). Ce profil en cloche confirme que la zone d'accélération des ions est courte et située autour de 2 à 3 cm dans le canal, exactement là où l'on observe l'augmentation de la vitesse ionique. En résumé, le pic du champ électrique coïncide spatialement avec l'accélération des ions, puis le champ retombe dès que les ions sont libérés en sortie.

De ce qui précède, les trois courbes illustrent bien les trois phases du fonctionnement du SPT-100 : d'abord une zone de décharge proche de l'anode où le plasma est dense (pic de densité), puis une zone d'accélération où le champ axial atteint sa valeur maximale en propulsant les ions. L'étude combinée de la vitesse ionique, de la densité électronique et du champ électrique révèle que le champ axial pilote l'ionisation et l'accélération des ions selon le principe fondamental du Hall thruster researchgate.net/cerfacs.fr. En définitive, les graphiques confirment qualitativement le schéma de fonctionnement classique : un fort champ axial à la sortie du canal produit un pic de vitesse ionique, précédé d'une zone d'ionisation à densité élevée, comme l'ont également montré d'autres modèles et mesures pour le SPT-100. Donc Les résultats obtenus sont globalement encourageants, puisque les principales caractéristiques physiques des ions et des électrons dans un moteur à effet Hall ont été reproduites.

III.7. Effet de la tension sur la vitesse du vent ionique

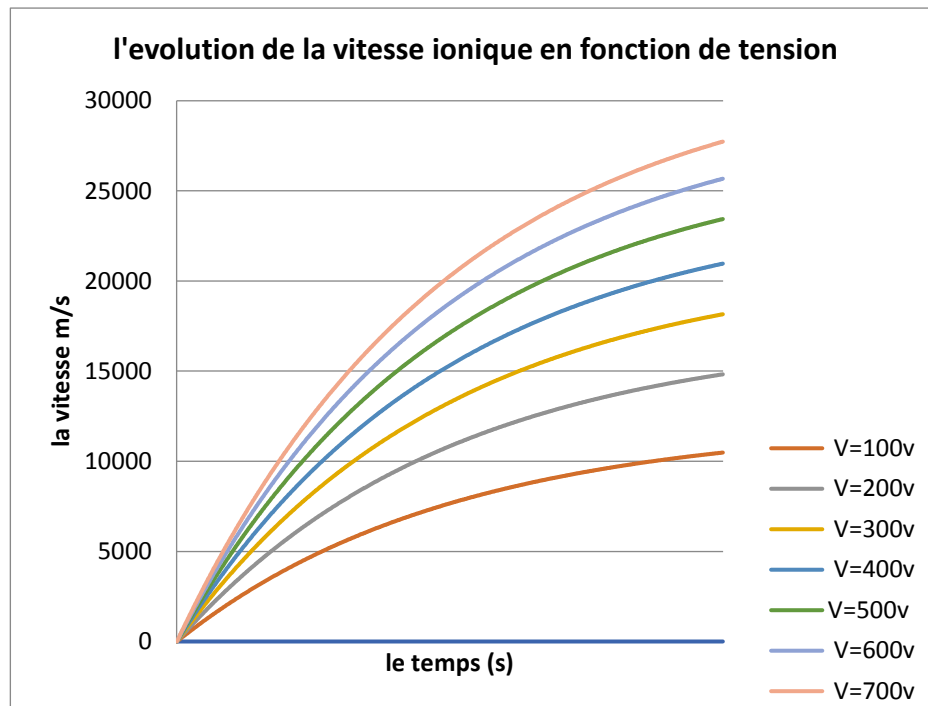


Figure III.19 : Profils de la vitesse du vent ionique en fonction des tensions.

Le graphique présente l'évolution de la vitesse du vent ionique en fonction du temps pour différentes tensions appliquées, allant de 100 V à 700 V. Les résultats montrent que la vitesse ionique augmente avec la tension, atteignant des valeurs maximales allant jusqu'à 30 km/s. Pour les tensions les plus basses (100 V et 200 V), la vitesse reste relativement modérée, tandis que pour les tensions élevées (500 V à 700 V), la vitesse atteint des valeurs significativement plus importantes, dépassant parfois 25 km/s. Cette tendance indique une relation directe entre la tension appliquée et la vitesse du vent ionique, suggérant que des tensions plus élevées génèrent des forces ioniques plus fortes, accélérant ainsi les particules. Les données mettent également en évidence une possible saturation ou non-linéarité à très hautes tensions, où l'augmentation de vitesse pourrait ralentir. Ces résultats sont essentiels pour optimiser les applications pratiques des vents ioniques.

III.8 Conclusion

Le moteur à effet Hall se distingue comme une technologie de propulsion spatiale électrique à la fois performante et économe en énergie, offrant des avantages majeurs pour les missions nécessitant une poussée précise et prolongée. Ce chapitre a permis d'en expliquer les principes fondamentaux, mettant en lumière le rôle crucial des champs électromagnétiques croisés et du processus d'ionisation du gaz propulsif.

Le moteur à effet Hall représente une solution optimale pour les applications spatiales modernes, combinant compacité, faible consommation et haute précision. Les perspectives d'amélioration, notamment par l'optimisation des champs magnétiques et des configurations d'électrodes, ouvrent la voie à des performances encore plus élevées, renforçant son utilité pour les futures missions d'exploration et de maintien en orbite.

Conclusion générale

Conclusion Générale

L'exploration spatiale moderne impose des exigences toujours plus strictes en matière de propulsion. L'amélioration des performances, la réduction de la masse des ergols embarqués, l'augmentation de la durée de vie des systèmes propulsifs et la précision des manœuvres orbitales sont autant de critères devenus incontournables pour la réussite des missions spatiales actuelles et futures. Dans ce contexte, les systèmes de propulsion ionique se positionnent comme une réponse technologique particulièrement adaptée aux besoins croissants de l'industrie aérospatiale.

Le travail réalisé dans ce mémoire s'inscrit dans une démarche d'innovation et d'optimisation des technologies de propulsion spatiale, et peut servir de socle pour des recherches futures visant à améliorer les performances, la fiabilité et l'efficacité énergétique des systèmes propulsifs utilisés dans l'exploration spatiale. Il a été consacré à l'étude de la propulsion ionique, avec une attention particulière portée aux propulseurs à effet Hall, en raison de leur efficacité prouvée et de leur adoption croissante dans les missions spatiales, notamment pour les corrections d'orbite et les missions interplanétaires de longue durée. Notre objectif principal était de modéliser le comportement du plasma à l'intérieur de ces propulseurs et de simuler numériquement leur fonctionnement dans des conditions proches de la réalité, en vue d'optimiser leur conception et leurs performances.

Pour atteindre cet objectif, nous avons adopté une approche fondée sur la modélisation fluide du plasma, en résolvant de manière couplée deux équations fondamentales :

- L'équation de Boltzmann, qui décrit le transport des particules chargées (électrons et ions) dans le champ électrique interne, en tenant compte des phénomènes de dérive, de diffusion, et d'ionisation.
- L'équation de Poisson, qui permet de déterminer la distribution du potentiel électrique résultant de la charge d'espace.

La résolution numérique de ce système a nécessité l'usage de méthodes performantes et adaptées aux particularités physiques du phénomène étudié. Ainsi, nous avons utilisé le schéma de Scharfetter-Gummel, particulièrement efficace pour le transport couplé dans les dispositifs électromécaniques, ainsi que la méthode des disques, qui offre une simplification géométrique précieuse dans le cas d'une décharge à symétrie radiale.

Conclusion Générale

Le développement du code numérique a été rigoureusement validé par une série de tests :

- Des cas tests avec solution analytique connue ont permis de vérifier la précision du schéma utilisé.
- Des simulations de profils d'impulsions (rectangulaire, gaussienne, triangulaire) ont permis d'analyser la réponse du modèle à des excitations typiques.
- Le test proposé par Kulikovsky, issu de la littérature spécialisée, a servi de référence pour la validation physique et numérique du modèle.

Les résultats obtenus ont confirmé la robustesse et la fiabilité de l'approche mise en œuvre. Nous avons notamment pu observer un excellent accord entre les résultats numériques obtenus et les solutions analytiques dans différents régimes de simulation. De plus, l'étude paramétrique menée sur l'effet de la tension appliquée a permis de mettre en évidence l'influence directe de ce paramètre sur la vitesse des ions et donc sur la poussée générée par le propulseur. Une augmentation de la tension entraîne une accélération plus prononcée des ions, ce qui se traduit par une poussée plus importante – résultat cohérent avec la théorie.

En conclusion, ce mémoire apporte une contribution significative à la compréhension et à la simulation des propulseurs à effet Hall. Il constitue une base solide pour les ingénieurs et chercheurs souhaitant approfondir la modélisation de la décharge plasma dans ces dispositifs.

Il ouvre également la voie à plusieurs perspectives d'amélioration :

- Étendre le modèle actuel à des configurations multidimensionnelles, afin de mieux représenter la géométrie réelle du propulseur.
- Intégrer des effets physiques plus complexes, tels que les phénomènes cyclotroniques, les pertes aux parois, ou les interactions magnétiques non uniformes.
- Utiliser d'autres méthodes pour une analyse plus fine du comportement des particules dans les zones non linéaires ou fortement hors équilibre.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] Goebel, D. M., & Katz, I. (2008). *Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters*. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology.
- [2] Jahn, R. G. (1968). *Physics of Electric Propulsion*. McGraw-Hill.
- [3] Raizer, Y. P. (1991). *Gas Discharge Physics*. Springer.
- [4] Fridman, A. (2008). *Plasma Chemistry*. Cambridge University Press.
- [5] Sakai, O., & Tachibana, K. (2005). Plasma flow control using ion wind in atmospheric pressure corona discharge. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 38(23), 431–437.
- [6] Moisan, M., & Pelletier, J. (2012). *Physics of Collisional Plasmas: Introduction to High-Frequency Discharges*. Springer.
- [7] Morrow, R., & Sato, N. (1997). The mobility of electrons in gases. *Journal of Applied Physics*, 82(6), 2651–2656.
- [8] Choueiri, E. Y. (2001). Plasma oscillations in Hall thrusters. *Physics of Plasmas*, 8(4), 1411–1426.
- [9] Hofer, R. R., & Gallimore, A. D. (2004). High-specific impulse Hall thrusters, Part 1: Influence of current density and magnetic field. *Journal of Propulsion and Power*, 22(4), 721–731.
- [10] Sutton, G. P., & Biblarz, O. (2016). *Rocket Propulsion Elements* (9th ed.). Wiley.
- [11] Kim, V. (1998). Main physical features and processes determining the performance of stationary plasma thrusters. *Journal of Propulsion and Power*, 14(5), 736–743.
- [12] Miyasaka, H., & Funaki, I. (2016). Hall thruster development in Japan. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 44(4), 379–386.
- [13] Zhurin, V. V., Kaufman, H. R., & Robinson, R. S. (1999). Physics of closed drift thrusters. *Plasma Sources Science and Technology*, 8(1), R1–R20.
- [14] Gascon, N., Barral, S., & Dudeck, M. (2003). Wall material effects in stationary plasma thrusters. I. Parametric studies of an SPT-100. *Physics of Plasmas*, 10(10), 4123–4136.
- [15] Mazouffre, S. (2016). Electric propulsion for satellites and spacecraft: Established technologies and novel approaches. *Plasma Sources Science and Technology*, 25(3), 033002.
- [16] Beal, B. E., Gallimore, A. D., & Hargus, W. A. (2005). Preliminary plume characterization of a low-power Hall thruster cluster. *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*.
- [17] Boeuf, J. P., & Garrigues, L. (1999). Low frequency oscillations in a stationary plasma thruster. *Journal of Applied Physics*, 84(7), 3541–3554.
- [18] Yim, J. T., et al. (2007). Numerical investigation of electron transport mechanisms in Hall thrusters. *AIAA Journal*, 45(1), 24–35.

Références bibliographiques

- [19] Taccogna, F., et al. (2011). A review on the modeling of Hall thrusters. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 53(12), 124003.
- [20] Hagelaar, G. J. M., & Pitchford, L. C. (2005). Solving the Boltzmann equation to obtain electron transport coefficients and rate coefficients for fluid models. *Plasma Sources Science and Technology*, 14(4), 722–733.
- [21] Birdsall, C. K., & Langdon, A. B. (2005). *Plasma Physics via Computer Simulation*. CRC Press.
- [22] Chen, F. F. (1984). *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Springer.
- [23] Pitchford, L. C., Boeuf, J. P., & Bourdon, A. (2010). Modelling and simulation of low-temperature plasmas for fundamental and applied research. *Plasma Sources Science and Technology*, 19(3), 034019.
- [24] Boeuf, J. P. (2003). Plasma modeling: Hydrodynamic and kinetic approaches. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 31(4), 1243–1259.
- [25] Fridman, A. (2008). *Plasma Chemistry*. Cambridge University Press.
- [26] Boeuf, J. P., & Pitchford, L. C. (1995). Fluid models of positive ion transport in weakly ionized plasmas. *Physical Review E*, 51(2), 1376–1389.
- [27] Raizer, Y. P. (1991). *Gas Discharge Physics*. Springer.
- [28] Smith, G. D. (1985). *Numerical Solution of Partial Differential Equations: Finite Difference Methods*. Oxford University Press.
- [29] Surzhikov, S. T. (2001). Numerical modeling of the electric field in gas discharges using the disk method. *Journal of Computational Physics*, 173(2), 637–656.
- [30] LeVeque, R. J. (2007). *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations: Steady-State and Time-Dependent Problems*. SIAM.
- [31] Ascher, U. M., & Petzold, L. R. (1998). *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations*. SIAM.
- [32] Shkarofsky, I. P., Johnston, T. W., Bachynski, M. P., & Sitenko, A. G. (1966). *The Particle Kinetics of Plasmas*. Addison-Wesley.
- [33] Kulikovskiy, A. A. (1998). Two-dimensional modeling of glow discharge structure using fluid equations. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 31(11), 1510–1519.
- [34] Goebel, D. M., & Katz, I. (2008). *Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters*. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology.
- [35] Noredine Benaired, Thèse de doctorat USTO 2013.
- [36] Le Veque, R. J. (1992). *Numerical Methods for Conservation Laws*. Birkhäuser Verlag.

Références bibliographies

- [37] Goebel, D. M., & Katz, I. (2008). *Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters*. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology.
- [38] Hofer, R. R., & Gallimore, A. D. (2004). High-specific impulse Hall thrusters, Part 1: Influence of current density and magnetic field. *Journal of Propulsion and Power*, 20(5), 732–739.
- [39] Choueiri, E. Y. (2001). Fundamental difference between the two Hall thruster variants. *Physics of Plasmas*, 8(11), 5025–5033.
- [40] Huang, W., & Keidar, M. (2016). Review of Hall effect thruster discharge physics. *Plasma Science and Technology*, 18(6), 583–595.
- [41] Boeuf, J. P. (2017). Tutorial: Physics and modeling of Hall thrusters. *Journal of Applied Physics*, 121(1), 011101.