

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Ahmed Zabana de Relizane
Faculté des sciences et de technologie
Département de génie mécanique



جامعة غليزان
RELIZANE UNIVERSITY

MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER
Génie des matériaux

Intitulé

**Etude numérique de l'influence des fissures sur le comportement
vibratoire d'un rotor en matériaux fonctionnellement gradués**

Présenté par :

Mr, NASRI Mohammed

Mr, MAHI Abdelhak

Devant les membres de jury :

| | | |
|--|---------------------------|---------------|
| Président : Mlle BELKADDOUR Leila | Maître de conférences (B) | (U. Relizane) |
| Encadrant : Mr, FELLAH Ahmed | Maître assistant (B) | (U. Relizane) |
| Co-encadrant : Mr, BELABBACI Madjid | Maître assistant (B)) | (U. Relizane) |
| Examineur : Mme BELGACEM Souad | Maître de conférences (B) | (U. Relizane) |

Année universitaire : 2024/2025

Remerciements

Tout d'abord et avant tout, Nous remercions **ALLAH** le Tout-puissant, qui nous a guidées dans le bon sens durant notre vie, et qui nous a donné le courage, la volonté et la patience de mener à terme ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à **Mr FELLAH Ahmed**, et **Mr BELABBACI Madjid** pour ses précieux conseils, ses soutiens et ses encouragements qu'il nous a donnés durant ce travail, pour nous permettre de réussir.

Nous adressons également nos sincères remerciements aux membres du jury, qui ont accepté d'examiner ce travail, soyez assurés de notre plus profond respect.

Enfin, nous adressons nos vifs remerciements et notre profonde gratitude aussi à tous **nos enseignants** pour tout le temps de nos années d'études et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail, nous tenons vivement à leur dire merci.

Dédicace

Nous dédions ce travail :

À nos chers parents, pour leurs amours inconditionnels, leur patience et leur soutien inestimable tout au long de nos parcours. Leurs confiances ont été le moteur de notre persévérance et de notre réussite.

À nos amis fidèles, pour leur présence constante, leurs encouragements sincères et leur énergie positive qui ont illuminé les moments les plus exigeants.

À nos enseignants et encadrants, pour leurs savoirs partagés, leurs accompagnements précieux et leurs rôles fondamentaux dans notre cheminement académique. Leurs passions nous ont profondément inspirés.

À toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont apporté leur aide, leurs conseils ou leur soutien durant cette aventure, nous vous exprimons notre sincère gratitude.

Enfin, nous dédions ce travail à celles et ceux qui croient en la puissance du savoir et de la recherche. Dans l'espoir que ces modestes efforts contribuent, ne serait-ce qu'un peu, à une meilleure compréhension du monde.

Sommaire

| | |
|-----------------------------------|----------|
| Résumé..... | I |
| Abstract | II |
| المخلص | III |
| Liste des figures | IV |
| Liste des tableaux | VI |
| Introduction générale..... | 1 |

Chapitre I

Etude bibliographique sur les rotors

| | |
|--|----|
| I.1. Introduction..... | 4 |
| I.2. Définition d'un rotor | 4 |
| I.3. Classification des rotors | 5 |
| I.4. Domaines d'utilisation | 6 |
| I.5. Avantages et inconvénients des rotors | 8 |
| I.6. Dynamique des rotors | 9 |
| I.6.1. Définition | 9 |
| I.6.2. Historique..... | 9 |
| I.7. Paramètres influençant le comportement dynamique des rotors | 11 |
| I.8. Causes des fissures dans les rotors..... | 1 |
| I.9 Types des fissures d'arbre selon la géométrie | 12 |
| <input type="checkbox"/> Fissure transversale..... | 12 |
| <input type="checkbox"/> Fissure longitudinale..... | 13 |
| <input type="checkbox"/> Fissure inclinée | 13 |
| I.10. Types de fissures transversales | 13 |
| <input type="checkbox"/> Modèle de fissure ouverte..... | 13 |
| <input type="checkbox"/> Modèle de fissure respiratoire..... | 14 |
| <input type="checkbox"/> Switching modèle | 15 |
| I.11. Méthodes d'identification des fissures..... | 16 |
| I.11.1. Analyse des vibrations | 16 |
| I.11.2 Analyse modale..... | 17 |

| | |
|--|----|
| I.11.3 Méthodes non-traditionnelles..... | 17 |
| I.12. Conclusion | 18 |

Chapitre II

Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradués

| | |
|--|----|
| II.1 Introduction | 20 |
| II.2 Concept des matériaux fonctionnellement gradués | 20 |
| II.3 État de l’art sur la dynamique des rotors en MFG..... | 22 |
| II.4 Classification des MFG | 23 |
| II.4.1 Gradient de composition chimique..... | 23 |
| II.4.2 Gradient de microstructure | 24 |
| II.4.3 Gradient de porosité..... | 24 |
| II.5 Modèles mathématiques | 24 |
| II.5.1 Modèle P-MFG..... | 25 |
| II.5.2 Modèle S-MFG..... | 26 |
| II.5.3 Modèle E-MFG..... | 27 |
| II.6 Avantages et inconvénients des MFG | 28 |
| II.6.1 Avantages des matériaux MFG | 28 |
| II.6.2 Inconvénients des matériaux MFG..... | 29 |
| II.7 Domaines d’application..... | 29 |
| II.8 Conclusion | 30 |

Chapitre III

Résultats et interprétations

| | |
|---|----|
| III.1 Introduction | 32 |
| III.2 Hypothèses | 32 |
| III.3 Validation | 34 |
| III.3.1 Rotor en matériau métallique homogène | 34 |
| III.3.2 Rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG)..... | 36 |
| III.4 Étude Paramétrique | 37 |

| | |
|---|-----------|
| III.4.1. Etude l'influence de la profondeur et la position de la fissure..... | 39 |
| □ Analyse à l'état stationnaire..... | 39 |
| □ Analyse à l'état rotationnel | 41 |
| III.4.2. Etude de l'influence de l'indice de puissance | 43 |
| □ Analyse à état stationnaire | 44 |
| □ Analyse à l'état rotationnel | 44 |
| III.5 Conclusion..... | 45 |
| | |
| Conclusion générale | 46 |
| Références bibliographiques | 47 |

Résumé

Dans ce mémoire, nous étudions numériquement l'influence des fissures sur le comportement vibratoire d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG), en utilisant un modèle tridimensionnel développé sous **ANSYS Workbench**. L'arbre est modélisé comme une poutre dont les propriétés mécaniques varient continûment selon une loi de puissance contrôlée par l'indice n , avec un cœur métallique et une couche externe en céramique. La fissure est modélisée comme une entaille transversale affectant localement la rigidité de l'arbre. Une étude paramétrique est menée pour analyser l'effet de la position axiale de la fissure, de sa profondeur, ainsi que de l'indice de puissance du matériau sur les fréquences naturelles et critiques du système où deux états sont considérés : l'état stationnaire (sans rotation) et rotationnel (avec prise en compte l'effet gyroscopique). Les fréquences propres et critiques sont extraites pour les trois premiers modes de flexion transversale à l'aide de l'analyse modale de logiciel **ANSYS Workbench**. Cette étude nous a permis d'évaluer la sensibilité d'un rotor en MFG aux défauts structuraux et de mieux comprendre l'impact combiné de la fissure et de la gradation du matériau sur leur comportement dynamique.

Mots clés : Rotor, Matériaux Fonctionnellement Gradués, Fréquences propres, Fissure transversale, Indice de puissance,

Abstract

In this thesis, we numerically investigate the influence of cracks on the vibrational behavior of a rotor made of Functionally Graded Material (FGM), using a three-dimensional model developed in **ANSYS Workbench**. The shaft is modeled as a beam with continuously varying mechanical properties following a power-law distribution governed by the index n , consisting of a metallic core and a ceramic outer layer. The crack is modeled as a transverse notch that locally reduces the stiffness of the shaft. A parametric study is conducted to analyze the effects of crack position, relative depth, and the power-law index on the natural and critical frequencies of the system where two cases are considered: the stationary state (without rotation) and the rotational state (including gyroscopic effect). The modal analysis of **ANSYS Workbench** is used to extract the natural and critical frequencies for the first three transversal bending modes. This study allows us to evaluate the sensitivity of FG rotor to structural defects and provides a better understanding of the combined effect of the crack and material gradation on its dynamic behavior.

Keywords: Rotor, Functionally Graded Materials (FGM), Natural Frequencies, Transverse crack, Power-law Index

المخلص

في هذا العمل، نقوم بدراسة عددية لتأثير الشقوق على السلوك الاهتزازي لعمود دوار مصنوع من مادة متدرجة الوظائف (FGM)، وذلك باستخدام نموذج ثلاثي الأبعاد تم تطويره على برنامج **ANSYS Workbench**. يُنمذج المحور على أنه عارضة أسطوانية ذات خصائص ميكانيكية تتغير بشكل مستمر وفق قانون أسي يتحكم فيه معامل التدرج n ، ويتكون من قلب معدني وطبقة خارجية خزفية. تم تمثيل الشق كقطع عرضي يحدث انخفاضاً موضعياً في صلابة المحور. وقد أُجريت دراسة تحليلية لمعرفة تأثير موقع الشق، وعمقه النسبي، ومعامل التدرج على الترددات الطبيعية للنظام حيث تمت دراسة حالتين تشغيليتين: الحالة الساكنة (دون دوران)، والحالة الدورانية (مع أخذ التأثيرات الجيروسكوبية في الاعتبار) تم استخراج الترددات الذاتية لأوضاع الانحناء الثلاثة الأولى من خلال تحليل نمطي. تساعد هذه المقارنة على تقييم حساسية النظام تجاه العيوب البنيوية، كما تتيح فهماً أفضل لتأثير الشق وتدرج المادة معاً على السلوك الديناميكي للمحاور الدوارة المصنوعة من FGM.

الكلمات المفتاحية: دوار، مواد متدرجة الوظائف، الترددات الطبيعية، شق، معامل قانون التدرج

Liste des figures

| | |
|--|----|
| Figure I.1. Représentation d'un rotor de De Laval | 5 |
| Figure I.2. Représentation d'un rotor rigide | 5 |
| Figure I.3. Représentation d'un rotor flexible | 6 |
| Figure I.4. Turboréacteur | 6 |
| Figure I.5. Rotor de turbine | 7 |
| Figure I.6. Rotor d'éolienne | 7 |
| Figure I.7. Pompe à rotor | 8 |
| Figure I.8. Explosion d'une turbine | 9 |
| Figure I.9. Fissure transversale | 12 |
| Figure I.10. Fissure longitudinale | 13 |
| Figure I.11. Fissure inclinée | 13 |
| Figure I.12. Section transversale d'une fissure ouverte | 14 |
| Figure I.13. Section transversale d'une fissure respiratoire | 15 |
| Figure I.14. Section transversale d'une fissure switching | 16 |
| Figure II.1. Représentation schématique du matériau fonctionnellement gradué (a) et du matériau composite stratifié conventionnel (b) (Mahamood et Akinlabi (2017)) | 21 |
| Figure II.2. Concept des matériaux à gradient de propriétés (Loh et al (2018)) | 22 |
| Figure II.3. Exemple typique de trois types différents des MFG (Mahmoud et Elbestawi (2017)) | 23 |
| Figure II.4. Schéma de gradation d'un arbre creux (P- MFG (Bouzidi (2024))) | 25 |
| Figure II.5. Variation des propriétés effectives le long de rayon de l'arbre suivant le modèle P- MFG. | 26 |
| Figure II.6. Schéma de gradation des matériaux d'une poutre (Hassaine et al (2022)) | 27 |
| Figure II.7. Variation de la fraction volumique suivant le modèle S- MFG (Bairi (2019)) | 27 |

| | |
|---|----|
| Figure II.8. Variation des propriétés effectives le long de rayon de l'arbre suivant le modèle E-MFG | 28 |
| Figure II.9. Principaux domaines d'application des MFG | 30 |
| Figure III.1. Schéma de gradation du matériau de l'arbre (Bouzidi (2024)) | 33 |
| Figure III.2. Représentation du modèle du rotor étudié | 35 |
| Figure III.3. Modélisation d'une fissure transversale ouverte | 38 |
| Figure III.4. Représentation du premier mode de flexion | 38 |
| Figure III.5. Représentation de deuxième mode de flexion | 39 |
| Figure III.6. Représentation de troisième mode de flexion | 39 |
| Figure III.7. Diagramme de Campbell | 41 |

Liste des tableaux

| | |
|--|----|
| Tableau III.1. Paramètres géométriques et matériels du système rotor en matériau métallique | 35 |
| Tableau III.2. Comparaison des fréquences propres pour rotor en matériau métallique | 35 |
| Tableau III.3. Propriétés matérielles de l'arbre en MFG | 36 |
| Tableau III.4. Comparaison des fréquences propres pour un rotor en MFG | 36 |
| Tableau III.5. Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 1 (P1) | 40 |
| Tableau III.6. Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 2 (P2) | 40 |
| Tableau III.7. Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 3 (P3) | 40 |
| Tableau III.8. Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 1 (P1). | 42 |
| Tableau III.9. Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 2 (P2) | 42 |
| Tableau III.10. Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 3 (P3) | 43 |
| Tableau III.11. Variation des fréquences propres en fonction de l'indice de puissance | 44 |
| Tableau III.12. Variation des fréquences critiques en fonction de l'indice de puissance | 45 |

Introduction générale

Les systèmes mécaniques rotatifs occupent une place essentielle dans de nombreux secteurs industriels, notamment dans l'aéronautique, l'énergie, la production manufacturière et les transports. Parmi les composants critiques de ces systèmes, les arbres rotatifs jouent un rôle central en assurant la transmission de puissance et de mouvement entre les différentes parties d'une machine. Leur fiabilité et leur bon fonctionnement conditionnent directement la performance globale des systèmes dans lesquels ils sont intégrés.

Cependant, ces éléments sont souvent soumis à des sollicitations mécaniques importantes, comme la flexion, la torsion, et surtout les efforts dynamiques induits par la rotation. Ces sollicitations peuvent engendrer des phénomènes vibratoires complexes, susceptibles de provoquer à long terme des dysfonctionnements, voire des ruptures. L'analyse des vibrations libres des arbres rotatifs constitue ainsi un outil fondamental pour évaluer la stabilité dynamique des structures mécaniques, prévenir les résonances, et garantir la sécurité de fonctionnement des machines.

Dans cette perspective, les matériaux fonctionnellement gradués (FGM – Functionally Graded Materials) apparaissent comme une alternative innovante aux matériaux traditionnels. Ces matériaux se caractérisent par une variation continue et contrôlée de leurs propriétés mécaniques, thermiques ou chimiques, grâce à une transition progressive entre deux constituants, généralement un métal et une céramique. Cette distribution permet de bénéficier des avantages des deux matériaux : la résistance mécanique et la ductilité du métal, combinées à la dureté et à la résistance thermique de la céramique. L'utilisation des MFG dans les structures rotatives offre ainsi de nouvelles possibilités en termes de conception, de performance et de durabilité.

Néanmoins, comme tout composant soumis à des efforts répétés, un rotor en MFG peut subir des dégradations, notamment sous forme de fissures. La présence d'une fissure modifie localement la rigidité de la structure, ce qui affecte directement ses caractéristiques vibratoires. En particulier, elle peut entraîner une baisse des fréquences naturelles, altérer les modes de vibration, et créer des déséquilibres qui, en régime rotationnel, peuvent devenir critiques. L'étude de l'influence des fissures sur les vibrations libres des arbres constitue donc un enjeu

majeur pour le diagnostic, la maintenance préventive, et la conception de structures plus fiables.

Le présent mémoire s'inscrit dans ce cadre. Il vise à étudier numériquement le comportement vibratoire d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué comportant une fissure. L'objectif principal est d'analyser l'effet de la fissure sur les fréquences propres et critiques du système, en tenant compte de plusieurs paramètres : la profondeur de la fissure, sa position axiale le long de l'arbre, ainsi que l'indice de puissance n , qui régit le profil de variation du matériau dans la structure.

Deux situations du rotor sont examinées : l'état stationnaire, dans lequel aucune rotation n'est imposée, et le cas rotationnel, où les effets gyroscopiques et centrifuges sont pris en compte.

L'approche adoptée repose sur une modélisation tridimensionnelle à l'aide du logiciel ANSYS Workbench, permettant de simuler le comportement dynamique du rotor et de visualiser la variation des fréquences propres en fonction des différents paramètres. L'étude s'intéresse particulièrement aux trois premiers modes de flexion transversale, qui sont les plus sensibles aux défauts structurels et les plus critiques en termes de sécurité.

Le mémoire est structuré en trois chapitres.

- Le premier chapitre présente les notions générales sur les rotors, leur classification, ainsi que les bases de la dynamique des rotors.
- Le deuxième chapitre est consacré aux matériaux fonctionnellement gradués : leurs propriétés et leur modélisation mathématiques, leurs domaines d'utilisation ...etc.
- Enfin, le troisième chapitre regroupe l'ensemble des résultats obtenus par simulation numérique, accompagnés d'une analyse détaillée de l'influence des paramètres étudiés sur les fréquences de vibration, dans les deux états considérés.

Ce travail vise ainsi à contribuer à une meilleure compréhension du comportement vibratoire des rotors fissurés en MFG, en fournissant des éléments utiles pour la conception, la surveillance et l'optimisation de ce type de structures dans un contexte industriel.

Chapitre I

Etude bibliographique sur les rotors

Table des matières

| | |
|--|----|
| I.1. Introduction | 4 |
| I.2. Définition d'un rotor..... | 4 |
| I.3. Classification des rotors..... | 5 |
| I.4. Domaines d'utilisation..... | 6 |
| I.5. Avantages et inconvénients des rotors..... | 8 |
| I.6. Dynamique des rotors | 9 |
| I.6.1. Définition..... | 9 |
| I.6.2. Historique | 9 |
| I.7. Paramètres influençant le comportement dynamique des rotors | 11 |
| I.8. Causes des fissures dans les rotors | 11 |
| I.9 Types des fissures d'arbre selon la géométrie | 12 |
| <input type="checkbox"/> Fissure transversale..... | 12 |
| <input type="checkbox"/> Fissure longitudinale..... | 13 |
| <input type="checkbox"/> Fissure inclinée | 13 |
| I.10. Types de fissures transversales | 13 |
| <input type="checkbox"/> Modèle de fissure ouverte..... | 13 |
| <input type="checkbox"/> Modèle de fissure respiratoire | 14 |
| <input type="checkbox"/> Switching modèle | 15 |
| I.11. Méthodes d'identification des fissures | 16 |
| I.11.1. Analyse des vibrations..... | 16 |
| I.11.2 Analyse modale | 17 |
| I.11.3 Méthodes non-traditionnelles | 17 |
| I.12. Conclusion | 18 |

I.1. Introduction

Les rotors jouent un rôle fondamental dans une large gamme d'applications industrielles, notamment dans les turbines, les moteurs électriques, les compresseurs et les générateurs. Ils constituent la partie tournante des machines et sont soumis à des sollicitations dynamiques complexes durant leur fonctionnement. Ces sollicitations peuvent engendrer des phénomènes vibratoires importants qui influencent à la fois les performances et la durée de vie des équipements.

Avec l'augmentation des vitesses de rotation et des exigences en matière de fiabilité et de sécurité, la compréhension du comportement dynamique des rotors est devenue cruciale. Ce domaine d'étude s'intéresse particulièrement aux réponses vibratoires des rotors, influencées par des paramètres tels que la masse, la rigidité, l'amortissement, les conditions de support, ainsi que la présence de défauts structurels comme le déséquilibre ou les fissures. Les fissures, en particulier, représentent un défaut critique pouvant affecter gravement les caractéristiques dynamiques du rotor. Même de petite taille, une fissure peut modifier les fréquences propres, les modes de vibration, et entraîner des zones d'instabilité dangereuses. Ainsi, l'étude des rotors fissurés est essentielle pour le développement de stratégies efficaces de maintenance prédictive.

Ce premier chapitre a pour objectif de présenter une étude bibliographique détaillée sur les rotors, en abordant leur définition, leur classification (rotors rigides et flexibles), leurs domaines d'utilisation, ainsi que leurs avantages et inconvénients. Une attention particulière est accordée à la dynamique des rotors, aux paramètres influençant leur comportement, aux causes et types de fissures dans les arbres, ainsi qu'aux différentes méthodes d'identification de ces défauts. Cette base théorique est essentielle pour comprendre les travaux de simulation et d'analyse développés dans les chapitres suivants.

I.2. Définition d'un rotor

Les rotors sont constitués d'un ensemble de pièces solidaires tournant autour d'un axe fixe. Ils jouent un rôle essentiel dans les machines de conversion de l'énergie en fonction des besoins spécifiques de chaque application (aéronautique, production d'électricité, industrie pétrolière, hydrolyse, électronique, industrie pharmaceutique, etc.).

Les rotors sont composés de plusieurs éléments (Soualah, (2015)) :

- **Les arbres** : ce sont les éléments tournant de la machine.
- **Les éléments de support et de guidage** : comme les roulements et les paliers, ils permettent de maintenir l'arbre en place et de guider sa rotation.
- **Les éléments de transmission** : comme les engrenages, les courroies, les accouplements ...etc, ils transmettent le mouvement d'une pièce à une autre.
- **Les éléments fonctionnels** : comme les roues, les hélices, ou les ventilateurs, ce sont les pièces qui réalisent le travail final de la machine.

Le modèle le plus simple d'un rotor est de De Laval ou bien de Jeffcott, il est composé d'un arbre flexible, un disque rigide centré et monté sur des paliers rigides (Jeffcott, (1919)).

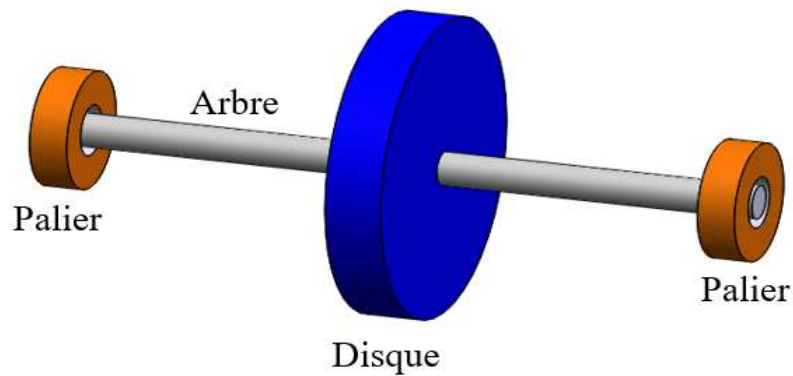


Figure I.1. Représentation d'un rotor de De Laval.

I.3. Classification des rotors

Les rotors des machines tournantes sont classés en fonction de leurs caractéristiques, comme suit :

- **Rotor rigide**

Si la déformation de l'arbre est négligeable, il est appelé un rotor rigide.



Figure I.2. Représentation d'un rotor rigide.

- **Rotor flexible**

Si la déformation de l'arbre est considérable, Donc le rotor il est appelé un rotor souple ou flexible. Les rotors sont généralement considérés flexibles.

La déformation la plus élevée d'un rotor est en général au voisinage de la vitesse critique.



Figure I.3. Représentation d'un rotor flexible.

I.4. Domaines d'utilisation

Les rotors sont des pièces essentielles utilisées dans plusieurs domaines techniques. Voici quelques exemples :

- **Domaine aéronautique**

Dans le domaine aéronautique, on trouve les rotors dans les moteurs des avions. Ils sont aussi présents dans les turboréacteurs des avions rapides (comme les avions de chasse), où ils font tourner les disques à aubes à grande vitesse.

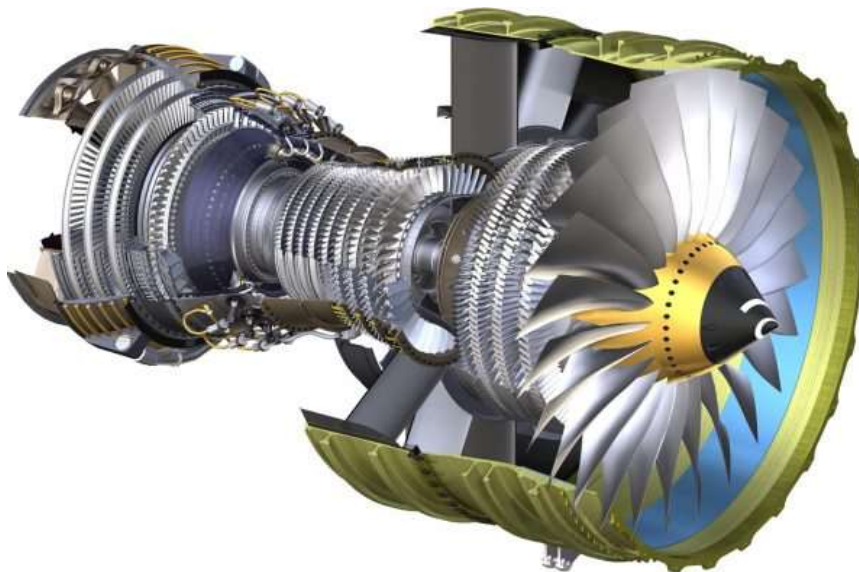


Figure I.4. Turboréacteur.

- **Moteurs et turbines**

Le rotor dans les turbines constitue un élément fondamental assurant la conversion de l'énergie thermique ou cinétique en énergie mécanique. Il permet la transmission du mouvement vers les autres composants du moteur ou du générateur, et est conçu avec précision pour résister aux vitesses élevées et aux contraintes induites par la rotation des pales qui y sont fixées.



Figure I.5. Rotor de turbine.

- **Énergie éolienne**

Dans les éoliennes, Le rotor est constitué d'un arbre et un disque avec des pales qui tournent sous l'effet du vent. Cette rotation est utilisée pour produire de l'électricité grâce à un générateur.



Figure I.6. Rotor d'éolienne

- **Industrie mécanique**

Dans certaines machines industrielles (comme les compresseurs, moteurs électriques, les pompes ou les broyeurs), les rotors jouent un rôle central dans la transmission et la transformation de l'énergie.



Figure I.7. Pompe à rotor.

I.5. Avantages et inconvénients des rotors

- **Les avantages**

Le rotor assure une rotation à grande vitesse, ce qui permet de maximiser la puissance transmise. Cela entraîne (Berroussi, (2021)):

- Un meilleur rendement énergétique et donc des performances accrues.
- Une énergie cinétique plus importante, ce qui améliore l'efficacité des processus.
- Une augmentation du débit et une meilleure qualité des produits finis.

- **Les inconvénients**

Le mouvement de rotation génère des vibrations qui représentent l'un des principaux problèmes rencontrés par les rotors. Si ces vibrations ne sont pas contrôlées, elles peuvent causer des dégâts importants, tant sur le plan matériel qu'humain dans l'industrie (Berroussi (2021)).



Figure I.8. Explosion d'une turbine.

I.6. Dynamique des rotors

I.6.1. Définition

La dynamique des rotors est un domaine important qui permet de comprendre le fonctionnement des machines tournant. Elle étudie surtout le comportement vibratoire de ces derniers, les réponses due aux forces, la résistance des matériaux constituant ces machines ...etc.

Cette étude est très utile dans plusieurs industries comme l'automobile, l'énergie, la pétrochimie ou encore l'aéronautique, car elle aide à rendre les machines plus performantes, plus fiables et plus sûres.

I.6.2. Historique

L'évolution de la dynamique des rotors présente un intérêt particulier, notamment en raison de l'interaction étroite entre les théories développées et leurs applications pratiques. En effet, ce domaine s'est largement construit à partir des besoins industriels tout en s'appuyant sur les avancées théoriques. Les références Rieger (2001) ; Frederick et Nelson (2003) retracent les origines historiques de cette discipline.

L'analyse du comportement dynamique des rotors remonte à plusieurs décennies. La première étude connue sur un arbre en rotation fut réalisée par Rankine (1869), qui introduisit le concept de mouvement tourbillonnant et tenta de prédire la vitesse critique de rotation, bien que son modèle initial fût imparfait.

Par la suite, Dunkerley (1894) mena une étude sur les vibrations des arbres équipés de poulies. Il démontra que, pour une certaine vitesse de rotation et sous une déflexion limitée, le rotor pouvait se briser. Cette vitesse critique dépend de nombreux facteurs tels que le mode d'appui de l'arbre, ses propriétés mécaniques et géométriques, ainsi que la position des disques qu'il supporte.

Föppl (1895) améliora le modèle initial et démontra de manière analytique qu'un fonctionnement stable au-delà de la vitesse critique était réalisable. Il réussit notamment à atteindre une stabilité à une vitesse équivalente à sept fois la vitesse critique. Kerr (1916) apporta une contribution expérimentale en montrant qu'une seconde vitesse critique pouvait être franchie sans risque, après dépassement de la première. De son côté, Jeffcott (1919) publia les fondements théoriques de la dynamique des rotors. Son modèle, représentant un disque centré sur un arbre flexible, demeure une référence majeure dans ce domaine.

Stodola (1927) enrichit ce champ par l'introduction de l'effet gyroscopique dans ses analyses. Il démontra que les régimes supercritiques pouvaient être stabilisés grâce aux effets des accélérations de Coriolis, il fut le premier à étudier en détail les systèmes symétriques et asymétriques.

Les rotors fissurés ont fait l'objet de nombreuses recherches. Darpe et al (2004) ont montré que le diagnostic basé uniquement sur les fréquences de rotation peut être imprécis, car d'autres défauts peuvent générer des réponses similaires. Dharmaraju et al (2005) ont proposé un système hybride d'identification des fissures ouvertes dans les poutres en utilisant la réponse force-réponse et l'équation d'Euler-Bernoulli.

Orhan (2007) a démontré que les vibrations libres sont efficaces pour détecter les fissures simples, contrairement aux vibrations forcées. La même année, Sinou (2007) a étudié l'effet de la fissure sur la stabilité dynamique d'un rotor, concluant que l'agrandissement de la fissure accentue les zones d'instabilité dans un système non linéaire.

Al-Shudeifat et al (2010) ont mis en évidence l'influence de la profondeur de fissure sur les amplitudes de vibration et les orbites dans un système rotor-palier. En 2013, Al-Shudeifat (2013) a analysé, par éléments finis, un rotor avec une fissure transversale respiratoire, soulignant l'impact de la fissure sur le comportement dynamique global.

Lu et al (2016) ont observé que ce type de fissure provoque des pics de résonance super-harmoniques aux deuxième, troisième et quatrième vitesses critiques. Enfin, Guo et al (2017)

ont réalisé une analyse expérimentale confirmant que les changements d'orbites observés sont en bon accord avec les résultats théoriques.

I.7. Paramètres influençant le comportement dynamique des rotors

Lorsqu'un rotor tourne, il est soumis à des forces centrifuges et gyroscopiques qui peuvent induire des vibrations. Ces vibrations sont influencées par des facteurs tels que la rigidité des paliers et la géométrie du rotor. L'analyse de ces phénomènes permet de déterminer les fréquences naturelles du système et d'identifier les vitesses critiques à éviter pour prévenir les résonances destructrices.

Le comportement dynamique des rotors dépend de plusieurs facteurs, notamment (Fellah, (2019)):

- Les caractéristiques mécaniques et physiques des matériaux des éléments constituant le rotor.
- La forme géométrique.
- Le nombre, le type et le comportement dynamique des paliers.
- Les précontraintes et les charges statiques appliquées.
- L'amortissement interne ou externe.
- Défauts interne et externes.
- Température de travail.
- ...etc.

I.8. Causes des fissures dans les rotors

L'amorçage d'une fissure dans un arbre de rotor est dû à plusieurs causes. Cela peut provenir de défauts d'usinage comme les rainures, angle vifs, les variations brusques de section, ou encore des entailles. D'autres facteurs peuvent aussi jouer un rôle, comme les défauts métallurgiques (par exemple : inclusions, porosités, vides, ou défauts de forgeage), ou encore une augmentation des contraintes mécaniques, ou bien la corrosion.

Les rotors sont soumis à diverses sollicitations mécaniques : flexion, torsion, cisaillement, ainsi que des charges statiques et dynamiques. Une fissure se forme par fatigue généralement dans la zone où les contraintes dépassent la limite d'élasticité du matériau. Si la fissure atteint une profondeur critique, l'arbre ne pourra plus supporter les charges dynamiques et risque de se casser brutalement.

Une fois la fissure amorcée, plusieurs éléments peuvent accélérer sa croissance, comme (Fellah, (2019)) :

- Les défauts de fonctionnement,
- Les contraintes thermiques,
- L'environnement corrosif,
- Contraintes résiduelles.
- hétérogénéité du matériau,
- Des conditions métallurgiques particulières.

I.9 Types des fissures d'arbre selon la géométrie

Dans la littérature, et selon l'orientation de la fissure par rapport à l'axe de l'arbre, les fissures sont classées en trois groupes comme suit :

- **Fissure transversale**

Ce type des fissures est perpendiculaires à l'axe de l'arbre, elle réduit la section transversale de l'arbre et entraînent des dommages importants aux rotors. Ce type de fissure est le défaut le plus grave et le plus courant. Ainsi, il a été largement étudié par les chercheurs anciens et actuels.

Ce type de fissure reste le plus important car la machine est considérablement influencée par son apparition. La fissure transversale se développe si l'arbre est uniquement soumis à des contraintes de flexion (Fellah, 2019).

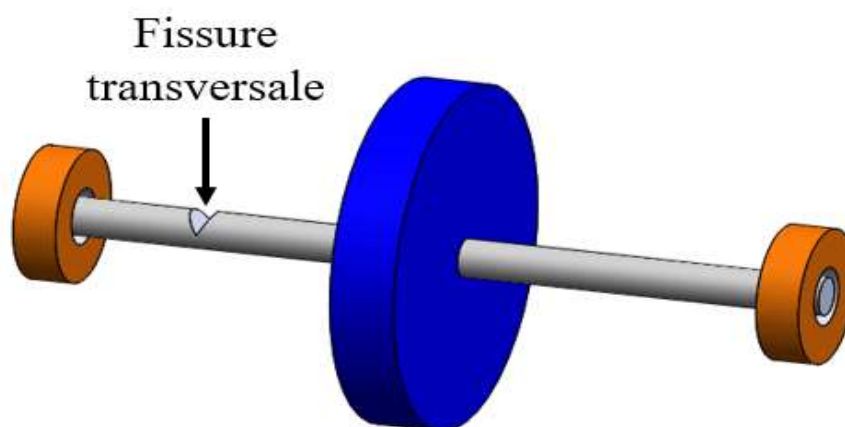


Figure I.9. Fissure transversale.

- **Fissure longitudinale**

Ce type de fissure est parallèle à l'axe de l'arbre, il est relativement rare et moins grave.

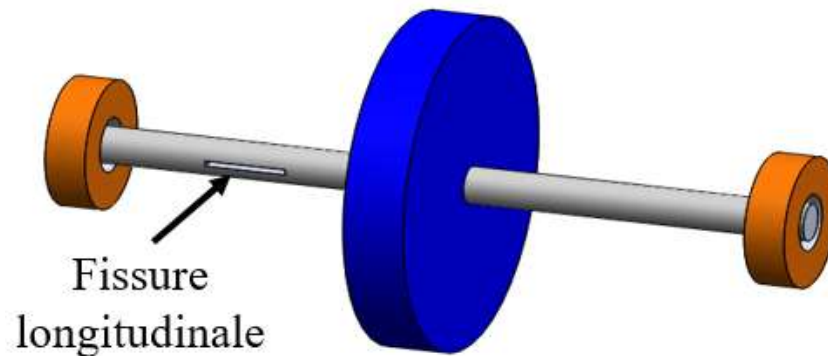


Figure I.10. Fissure longitudinale.

- **Fissure inclinée**

La fissure inclinée est identique à la fissure hélicoïdale (Bachschnid et al (2008)). Ce type de fissure fait un angle avec l'axe de l'arbre et ne se produit pas très souvent, mais pourrait apparaître dans les arbres soumis en torsion.

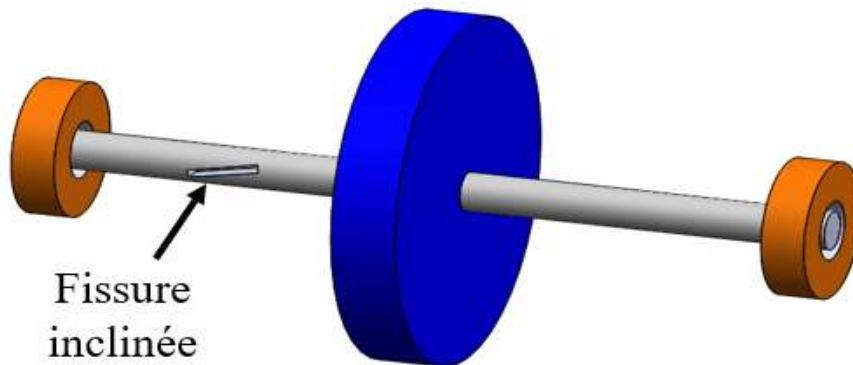


Figure I.11. Fissure inclinée.

I.10. Types de fissures transversales

- **Modèle de fissure ouverte**

Dans ce modèle, la fissure reste ouverte pendant la vibration. Il est utilisé comme un modèle simple pour éviter les non-linéarités. Certains travaux représentent la zone fissurée par un ressort équivalent de raideur reste constante, quelle que soit la direction du chargement (Dimarogonas (1996)). Ce modèle présente une simplicité notable, car la rigidité de l'arbre du

rotor reste inchangée tout au long de la rotation, et la fissure est modélisée par une réduction de la rigidité de l'arbre. La rigidité peut être représentée à travers la variation des moments d'inertie selon les deux directions principales de la section, en fonction de la profondeur de la fissure. La solution exacte de la réponse vibratoire associée à ce modèle a été développée par Tondl (1965).

Par ailleurs, Dimentberg (1961) a étudié la réponse vibratoire d'un rotor dissymétrique et a observé des variations dans les composantes subharmoniques et superharmoniques de la vitesse critique.

Dimarogonas (1970, 1971) s'est appuyé sur les travaux de Dimentberg (1961) pour développer une méthode de détection des fissures fondée sur la seconde harmonique. Pafelias (1974) poursuivant les recherches de Dimarogonas, il a proposé une stratégie de détection des fissures également basée sur la seconde harmonique.

Enfin, Gudmundson (1982, 1983) a validé expérimentalement les résultats obtenus par Wendtland (1972), portant sur des poutres faiblement fissurées à proximité des fréquences de résonance.

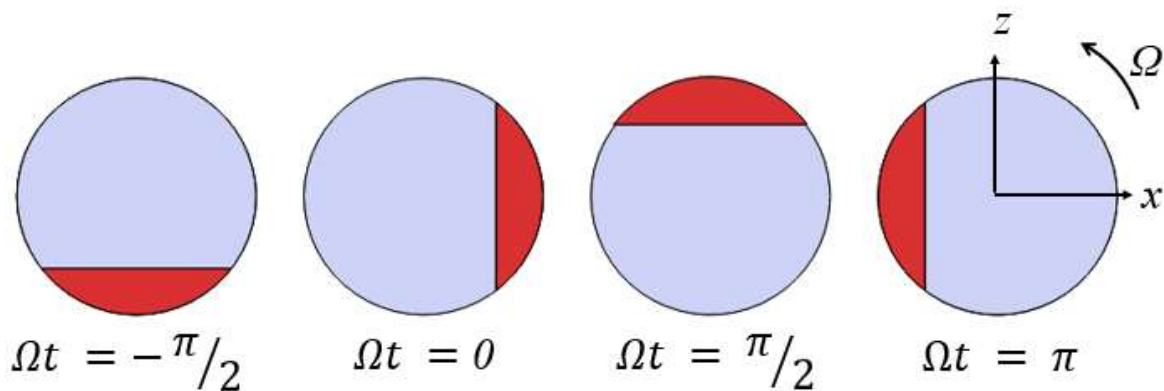


Figure I.12. Section transversale d'une fissure ouverte.

- **Modèle de fissure respiratoire**

La respiration des fissures transversales est l'un des modèles les plus utilisés par de nombreux chercheurs pour étudier la dynamique des arbres fissurés. À chaque tour, la fissure s'ouvre et se ferme progressivement, c'est-à-dire qu'elle respire pendant la rotation de l'arbre. Par exemple, dans les grands rotors des turbine, le poids est dominant, autrement dit la déflexion statique du rotor est beaucoup plus grande que la vibration due aux forces de balourd qui font respirer la fissure à chaque tour.

Le comportement respiratoire des fissures entraîne des modifications sur la rigidité de l'arbre. La rigidité d'un arbre intact reste la même valeur avec des angles de rotation différents. Cependant, lorsqu'un arbre présente une fissure transversale respiratoire, la rigidité de l'arbre change périodiquement selon l'angle de rotation. À l'angle ($\Omega t = \pi/2$), lorsque les contraintes exercées sur la surface de fissure sont compressives, la fissure reste fermée et l'arbre a presque la même rigidité qu'un arbre intact. Lorsque les contraintes deviennent importantes et la fissure s'ouvre ($\Omega t = -\pi/2$), la rigidité de l'arbre est réduite de manière significative.

Papadopoulos (2008) a également abordé la situation intermédiaire entre l'état complètement ouvert et l'état complètement fermé. C'est une fissure partiellement ouverte ou partiellement fermée ($\Omega t = 0, \Omega t = \pi$).

Les fissures de l'arbre respirent lorsque la taille des fissures est petite, les vitesses de rotation sont faibles et les forces radiales sont importantes (Sekhar et prabhu (1998)).

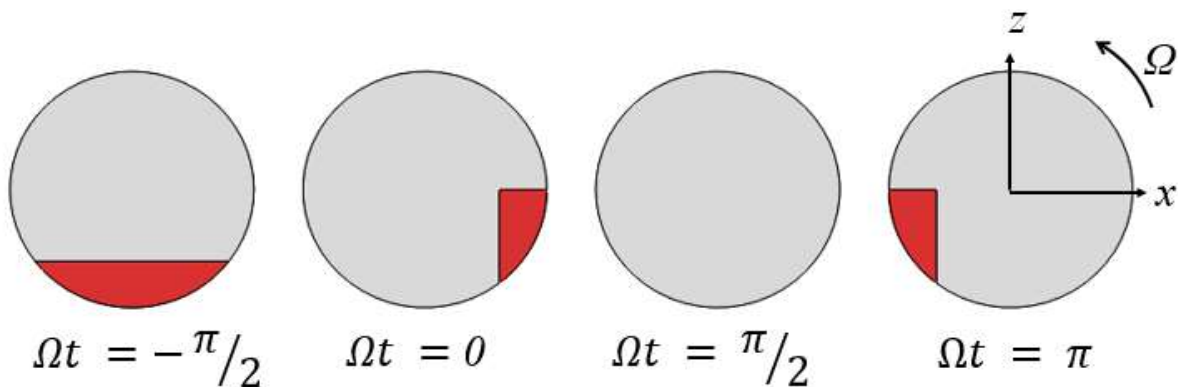


Figure I.13. Section transversale d'une fissure respiratoire.

- **Switching modèle**

Ce type est un cas particulier d'une fissure respiratoire, dans le cas de ce modèle, les chercheurs ont supposé que la fissure soit totalement ouverte ou totalement fermée et il n'y a pas une situation intermédiaire entre l'état complètement ouvert et l'état complètement fermé. (Fellah (2019)).

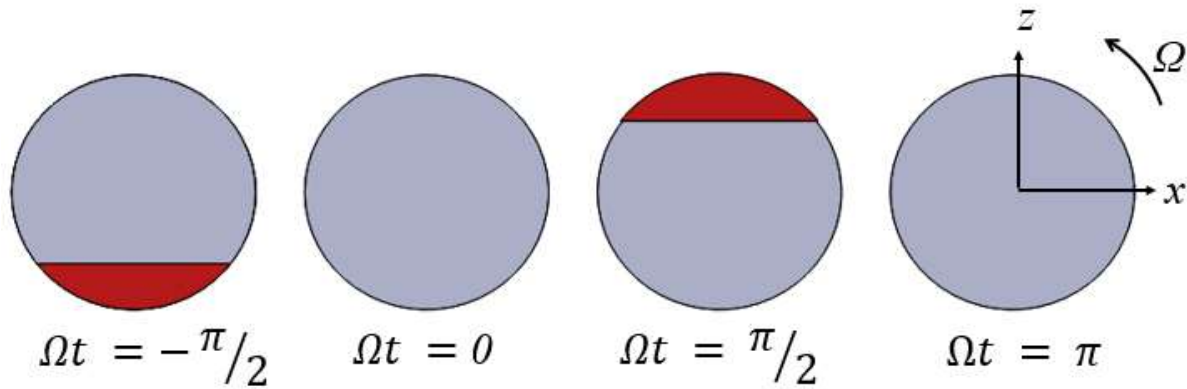


Figure I.14. Section transversale d'une fissure switchinig.

I.11. Méthodes d'identification des fissures

I.11.1. Analyse des vibrations

La présence d'une fissure dans un arbre entraîne une augmentation de sa flexibilité, ce qui modifie les propriétés dynamiques du rotor. En s'appuyant sur ce principe, plusieurs techniques de détection fondées sur l'analyse des vibrations ont été développées pour identifier l'apparition de fissures. Cependant, ces méthodes présentent certaines limites, notamment l'incapacité à distinguer de manière fiable une fissure à d'autres défauts mécaniques produisant des signatures vibratoires similaires, tels qu'un désalignement ou un déséquilibre de l'arbre. Ces approches vibratoires de détection des fissures peuvent être classées en différentes catégories :

- **Analyse spectrale**

Ces méthodes reposent sur l'utilisation d'instruments spécialisés dans la détection des vibrations, tels que les accéléromètres, les capteurs à courants de Foucault, les sondes de proximité ou encore les analyseurs de spectre. Elles permettent de suivre et d'analyser l'évolution des signaux de vibration du système, que ce soit en présence ou en absence de fissure, afin d'identifier toute anomalie potentiellement liée à une défaillance mécanique (Fellah (2019)).

- **Méthodes basées sur un modèle**

Ces approches se basent sur des modèles mathématiques ou numériques pour reproduire le comportement dynamique d'un arbre comportant une fissure pendant son fonctionnement. L'objectif est d'établir une corrélation entre la réponse vibratoire simulée et la présence d'une fissure à des emplacements précis de l'arbre.

Cependant, la fiabilité de ces méthodes peut être compromise en raison d'erreurs inhérentes aux hypothèses de modélisation et aux approximations numériques. Par exemple, la modélisation de la rigidité d'un arbre fissuré peut induire des écarts significatifs par rapport au comportement réel, car certains modèles ne tiennent pas compte des variations périodiques de la rigidité en fonction de l'angle de rotation (Fellah (2019)).

I.11.2 Analyse modale

L'analyse modale repose sur l'étude des modifications des propriétés modales d'un système, notamment les fréquences propres, fréquences critiques, les modes propres. Ce type d'analyse permet de détecter des changements des propriétés modales dus à la présence d'une fissure. Certaines approches modales nécessitent que le rotor soit à l'arrêt, tandis que d'autres peuvent être appliquées lorsque le rotor tourne à une vitesse inférieure à sa vitesse nominale de fonctionnement (Fellah (2019)).

I.11.3 Méthodes non-traditionnelles

Ce sont des méthodes de détection des fissures basé sur des systèmes automatisés, telles que;

- Réseaux de neurones.
- Logique floue.
- Inspection endoscopique

À titre d'exemple, Rosard et al (1994) ont développé un système de surveillance en ligne des fissures, installé sur une turbine à vapeur. Ce système assure une mesure continue des paramètres de vapeur à l'entrée et à la sortie du cylindre à haute pression. Un programme fondé sur la méthode des éléments finis (EF) permet ensuite de calculer la distribution de température au sein du rotor, ainsi que les propriétés thermiques et mécaniques du matériau, afin de déterminer les contraintes en service et les vitesses de propagation des fissures en différents points du rotor. Les données relatives aux fissures détectées antérieurement peuvent être intégrées dans le programme, qui est alors en mesure de prédire la période de fonctionnement sécurisée pour toutes les conditions opératoires spécifiées, ainsi que le délai avant qu'une nouvelle inspection endoscopique approfondie ne soit requise (Fellah (2019)).

I.12. Conclusion

Ce chapitre vise à fournir une étude bibliographique détaillée sur les rotors. Une attention particulière est accordée à la dynamique des rotors, aux paramètres influençant leur comportement, aux causes et types de fissures dans les arbres, ainsi qu'aux différentes méthodes d'identification de ces défauts. L'objectif de ce chapitre est de donner une vue d'ensemble du domaine d'étude.

Chapitre II

Généralités sur les matériaux fonctionnellement gradués

Table des matières

| | |
|---|----|
| II.1 Introduction..... | 20 |
| II.2 Concept des matériaux fonctionnellement gradués | 20 |
| II.3 État de l’art sur la dynamique des rotors en MFG | 22 |
| II.4 Classification des MFG | 23 |
| II.4.1 Gradient de composition chimique | 23 |
| II.4.2 Gradient de microstructure | 24 |
| II.4.3 Gradient de porosité..... | 24 |
| II.5 Modèles mathématiques | 24 |
| II.5.1 Modèle P-MFG | 25 |
| II.5.2 Modèle S-MFG | 26 |
| II.5.3 Modèle E-MFG..... | 27 |
| II.6 Avantages et inconvénients des MFG | 28 |
| II.6.1 Avantages des matériaux MFG..... | 28 |
| II.6.2 Inconvénients des matériaux MFG | 29 |
| II.7 Domaines d’application | 29 |
| II.8 Conclusion | 30 |

II.1 Introduction

Les matériaux à gradation fonctionnelle MFG, ou FGM (Functionally Graded Materials), constituent une classe avancée de matériaux composites dans lesquels deux matériaux ou plus coexistent, avec une composition et une microstructure qui varient de manière continue selon la géométrie. Cette gradation progressive permet d'optimiser les performances mécaniques, thermiques ou chimiques selon les besoins.

Le concept de MFG est apparu au début des années 1980, lorsqu'une équipe de chercheurs japonais a été confrontée à la nécessité de développer un matériau capable de supporter des charges thermiques importantes dans le cadre d'un projet d'avion spatial.

Pour surmonter la limitation des matériaux composites stratifiés conventionnels en raison de fortes concentrations de contraintes aux interfaces, les chercheurs ont eu l'idée de créer une transition douce entre les matériaux constitutifs, en introduisant progressivement un matériau dans l'autre. Ce procédé a permis de réduire significativement les concentrations de contraintes et améliorant la résistance globale du matériau, notamment à haute température.

Depuis, les MFG ont trouvé des applications variées dans des domaines de pointe, allant de l'aérospatial à la biomédecine, en passant par la résistance à l'usure. Leur capacité à combiner les meilleures propriétés de différents matériaux tout en assurant une continuité structurelle en fait une solution particulièrement prometteuse pour des applications à haute valeur ajoutée.

II.2 Concept des matériaux fonctionnellement gradués

Les matériaux fonctionnellement gradués (MFG) sont des matériaux innovants appartenant à la catégorie des composites avancés. Leur particularité réside dans la variation continue de leur microstructure, de leur composition chimique et de leurs propriétés mécaniques, le long de l'axe de fabrication (Figure I.1) ou dans toute direction souhaitée. Cette gradation permet non seulement d'améliorer les performances globales du matériau, mais aussi d'augmenter sa fiabilité en réduisant les concentrations de contraintes, souvent observées dans les composites stratifiés (Popoola et al (2016)).

La composition d'un MFG peut être définie comme une modification graduelle de la composition au sein du volume d'un matériau, visant à ajuster les proportions des composants dans l'espace tridimensionnel, afin de générer une intégration homogène de structures fonctionnelles aux propriétés diversifiées. (Mahmoud et Elbestawi, (2017)).

Les figures II.1(a) et II.1(b) illustrent respectivement la représentation schématique d'un matériau fonctionnellement gradué et celle d'un matériau composite stratifié conventionnel.

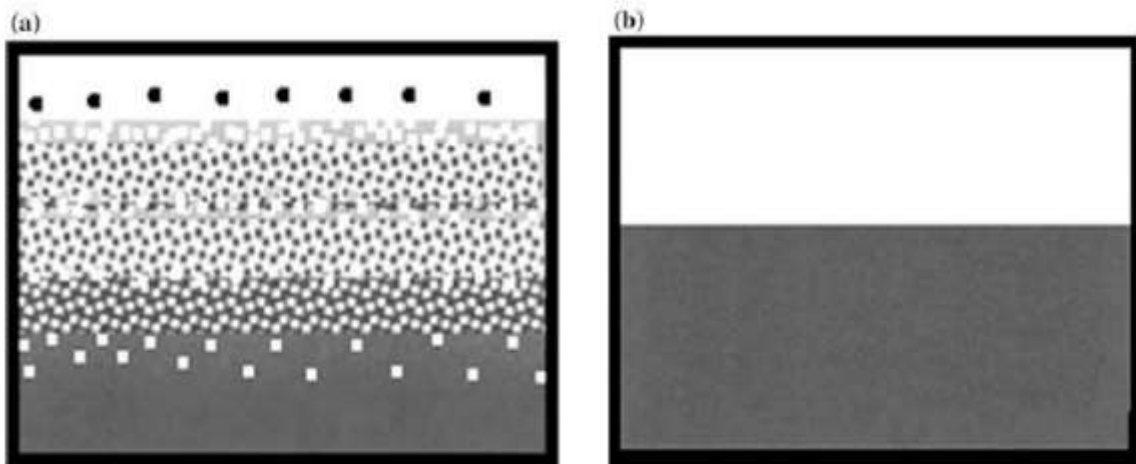


Figure II.1. Représentation schématique du matériau fonctionnellement gradué (a) et du matériau composite stratifié conventionnel (b) (Mahamood et Akinlabi (2017))

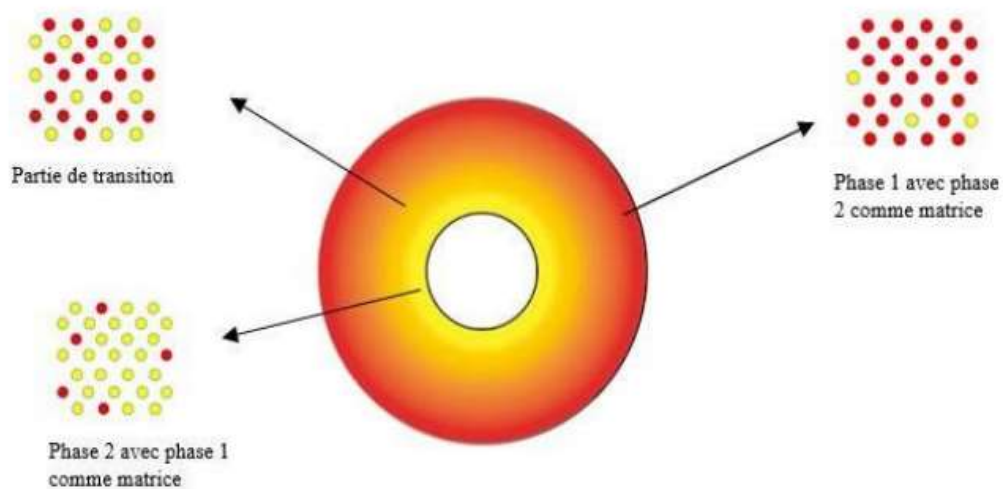


Figure II.2. Concept des matériaux à gradient de propriétés (Loh et al (2018)).

La gradation des propriétés au sein des matériaux permet de réduire les contraintes résiduelles d'origine thermique ainsi que les concentrations de contraintes. Cette variation progressive de paramètres physiques tels que le module d'élasticité, le coefficient de Poisson, le module de cisaillement ou encore la densité, permet d'obtenir un matériau capable de répondre à des exigences spécifiques.

Les MFG sont généralement élaborés à partir de constituants isotropes, principalement des céramiques et des métaux. Le choix de ces matériaux n'est pas anodin : il repose sur leurs propriétés physiques et mécaniques remarquables, qui leur confèrent des performances adaptées aux environnements les plus exigeants

II.3 État de l'art sur la dynamique des rotors en MFG

La dynamique des rotors en MFG étudie le comportement vibratoire et la stabilité des arbres en rotation fabriqués avec ce type de matériaux. La variation des propriétés influence directement :

- Les fréquences naturelles.
- Les modes de vibration.
- La stabilité du rotor.

Nombreux chercheurs ont étudié le comportement dynamique d'un rotor en MFG, dans cette partie, on cite quelques uns, Rao et Gupta (2001) ont utilisé la méthode des éléments finis pour analyser le comportement vibratoire des disques tournants en MFG. Murmu et Pradhan (2009), ont montré que la loi de distribution des propriétés (par exemple, loi de puissance) modifie significativement la dynamique du rotor.

Sathujoda et al (2020) ont présenté un travail qui porte sur l'analyse des fréquences naturelles d'un système rotor-palier poreux en MFG à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF) où l'arbre est constitué d'un noyau interne d'acier inoxydable (SS) et d'une couche externe en céramique (ZrO_2).

Rao et al (2020) ont modélisé par éléments finis un arbre rotatif en matériaux bidirectionnel à gradient fonctionnel (2D-FG) afin d'analyser le comportement dynamique de ce système, en prenant en compte la variation des propriétés des matériaux en fonction de la température.

Bouzidi et al (2020) ont analysé le comportement dynamique d'un rotor aubagé en MFG en étudiant l'influence de nombre des ailettes, la vitesse de rotation, l'indice de puissance sur les fréquences naturelles.

Assem et al (2020) ont étudié l'influence de gradient thermique sur les fréquences naturelles d'un rotor creux en MFG en utilisant la version h-p de la méthode des éléments finis pour modéliser le rotor.

Gayen et al (2019) ont analysé la stabilité d'un système rotor-palier avec un arbre fissuré en MFG en prenant en considération l'ouverture et la fermeture de la fissure ainsi que la variation des propriétés des matériaux en fonction de la température.

Sathujoda et al (2020) ont analysé l'effet de la corrosion sur les fréquences propres et critiques d'un système rotor-palier en MFG soumis à des gradients thermiques.

Elhannani et al (2019) ont étudié le comportement vibratoire d'un rotor conique en MFG, où la gradation de propriétés est modélisée par la loi exponentielle.

II.4 Classification des MFG

Les MFG peuvent être classés en trois grandes catégories de gradation : la composition, la microstructure et la porosité, comme illustré à la Figure II.3 (Mahmoud et Elbestawi, (2017)).

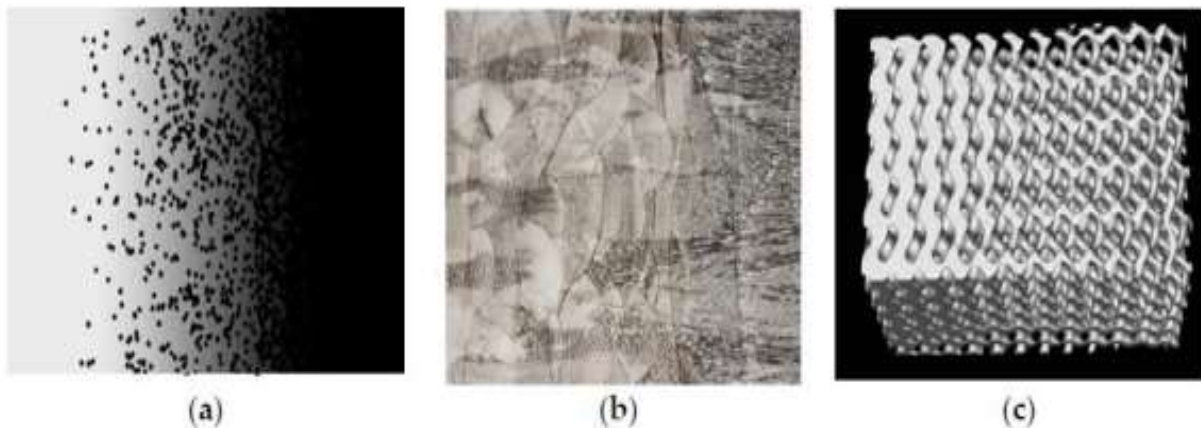


Figure II.3. Exemple typique de trois types différents des MFG (Mahmoud et Elbestawi, (2017))

II.4.1 Gradient de composition chimique

Ce type de gradient consiste à faire varier progressivement la composition chimique d'un matériau mono- ou polyphasique, en tenant compte de la solubilité des éléments. Cette variation entraîne la formation de phases distinctes avec des compositions différentes à l'intérieur du matériau (Mahmoud et Elbestawi, (2017)).

II.4.2 Gradient de microstructure

Dans un MFG à gradient de microstructure, la structure interne du matériau est conçue pour évoluer graduellement. Ce changement progressif de la microstructure permet d'ajuster les propriétés mécaniques ou physiques selon les exigences spécifiques de l'application visée (Mahmoud et Elbestawi, (2017)).

II.4.3 Gradient de porosité

Le gradient de porosité désigne une variation contrôlée de la porosité en fonction de la position au sein du matériau. Ce type de MFG permet d'optimiser certaines propriétés fonctionnelles, telles que la densité, la perméabilité ou encore l'absorption d'énergie (Mahmoud et Elbestawi, (2017)).

II.5 Modèles mathématiques

Les matériaux à gradient fonctionnel (MFG) sont des composites hétérogènes composés de deux matériaux aux propriétés structurelles et fonctionnelles distinctes. Afin de simplifier l'analyse de leurs microstructures complexes, il est courant d'utiliser des méthodes d'homogénéisation. Ces approches permettent d'approximer les propriétés globales du matériau de manière efficace, facilitant ainsi la résolution analytique de certains problèmes ainsi que le développement de modèles numériques adaptés aux structures en MFG.

Dans cette optique, un MFG peut être décrit par la variation progressive des fractions volumiques de ses constituants. Les propriétés mécaniques et physiques sont généralement supposées évoluer de façon continue à travers l'épaisseur du matériau. Par ailleurs, dans un arbre à gradient fonctionnel, ces propriétés dépendent également de la position radiale.

La somme des fractions volumiques des constituants est toujours égale à 1 pour une position donnée.

$$V_m + V_c = 1 \quad (\text{II.1})$$

Au fil des années, plusieurs modèles mathématiques ont été proposés pour estimer ces propriétés effectives (Règle de Voigt), en se basant sur la composition et les caractéristiques des matériaux de base (Elishakoff et al (2016)).

II.5.1 Modèle P-MFG

Cette loi, connue sous le nom de loi de puissance (Power Law), est la plus couramment utilisée pour modéliser la répartition des propriétés des constituants. Elle permet de décrire la variation continue de la fraction volumique d'un composant (généralement le métal) au sein du matériau. Pour un arbre de section transversale creux (Figure II.4) où les propriétés des matériaux constituant l'arbre varient dans la direction du rayon (r), du métal à l'intérieure au céramique à la surface extérieure, la fraction volumique de céramique en fonction de rayon et de l'indice de puissance est donnée par la loi de puissance suivante (Bouzidi et al. (2019)) :

$$V_c(r) = \left(\frac{r - R_i}{R_o - R_i} \right)^n \quad (\text{II.2})$$

Avec :

V_c : Fraction volumique de céramique.

R_o : Rayon extérieure de l'arbre.

R_i : Rayon intérieure de l'arbre.

n : Indice de puissance.

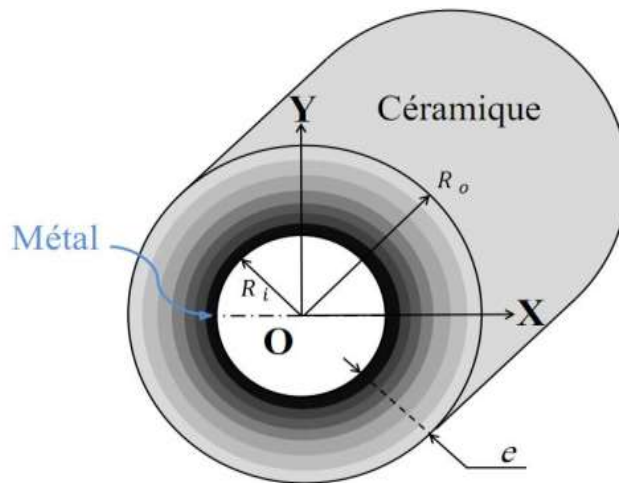


Figure II.4. Schéma de gradation des matériaux d'un arbre creux (Bouzidi (2024)).

Les propriétés effectives de MFG (module d'Young E , le module de cisaillement G , densité ρ ... etc.) sont données par la règle de Voigt :

$$P_{eff}(r) = (P_c - P_m) \left(\frac{r - R_i}{R_o - R_i} \right)^n + P_m \quad (\text{II.3})$$

La Figure II.5 illustre la variation des propriétés le long du rayon de l'arbre. Cette variation dépend de l'indice de puissance. D'après cette figure, On distingue 3 cas :

- $n = 1$: Gradation linéaire des propriétés.
- $n = \infty$: Arbre métallique (100 % métal)
- $n = 0$: Arbre en céramique (100 % céramique)

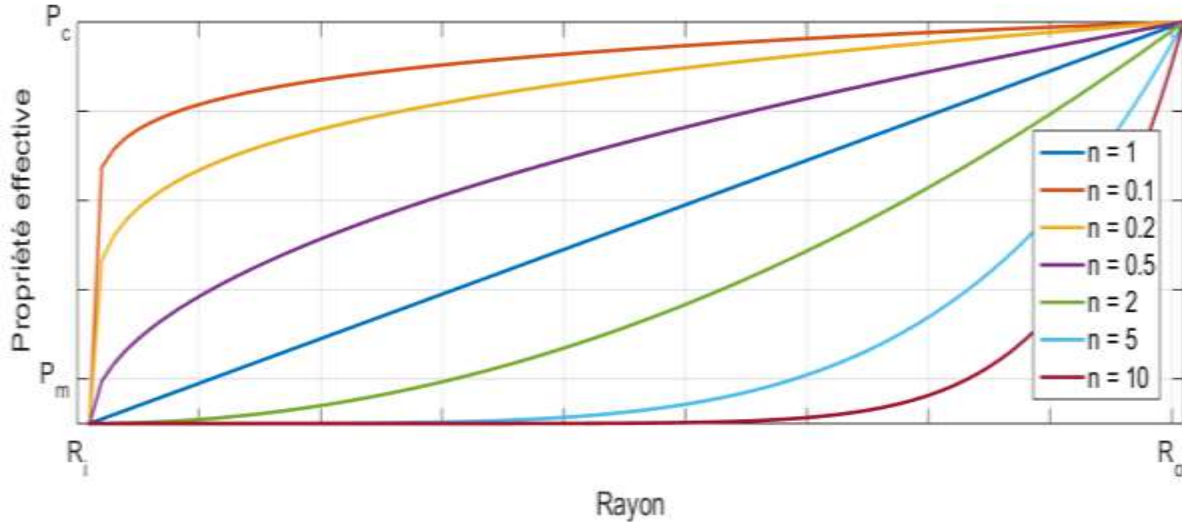


Figure II.5. Variation des propriétés effectives le long de rayon de l'arbre suivant le modèle P-MFG.

II.5.2 Modèle S-MFG

Dans les matériaux à gradient fonctionnel de type sigmoïdal (S-MFG), la distribution des propriétés mécaniques suit une fonction sigmoïde. Cette loi est particulièrement adaptée pour modéliser des procédés de fabrication où la variation de matériau est douce et continue plutôt que linéaire ou polynomiale

Pour une poutre de section transversale rectangulaire, où les propriétés des constituants varient dans la direction de l'épaisseur suivant l'axe z , du métal à l'intérieure au céramique aux parois externes, la fraction volumique de céramique en fonction de l'épaisseur est donnée par la loi suivante (Chi & Chung, (2003)) :

$$V_c(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^n \quad \text{pour } -\frac{h}{2} \leq z \leq 0 \quad (\text{II.4})$$

$$V_c(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{h}{2} + z}{\frac{h}{2}} \right)^n \quad \text{pour } 0 \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (\text{II.5})$$

Avec :

h : Epaisseur de poutre.

n : est un paramètre qui contrôle la raideur de la transition sigmoïdale.

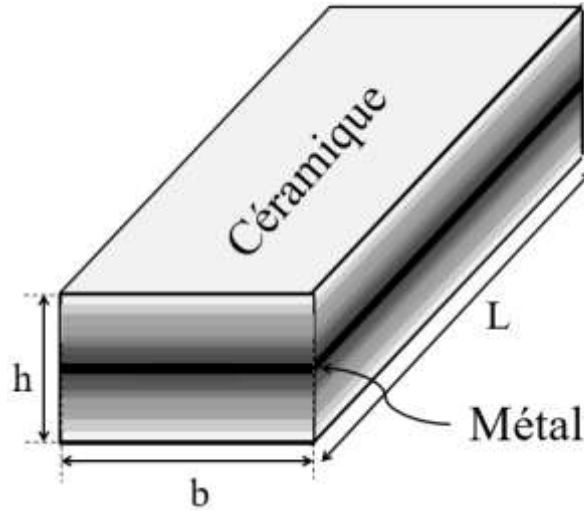


Figure II.6. Schéma de gradation des matériaux d'une poutre (Hassaine et al (2022)).

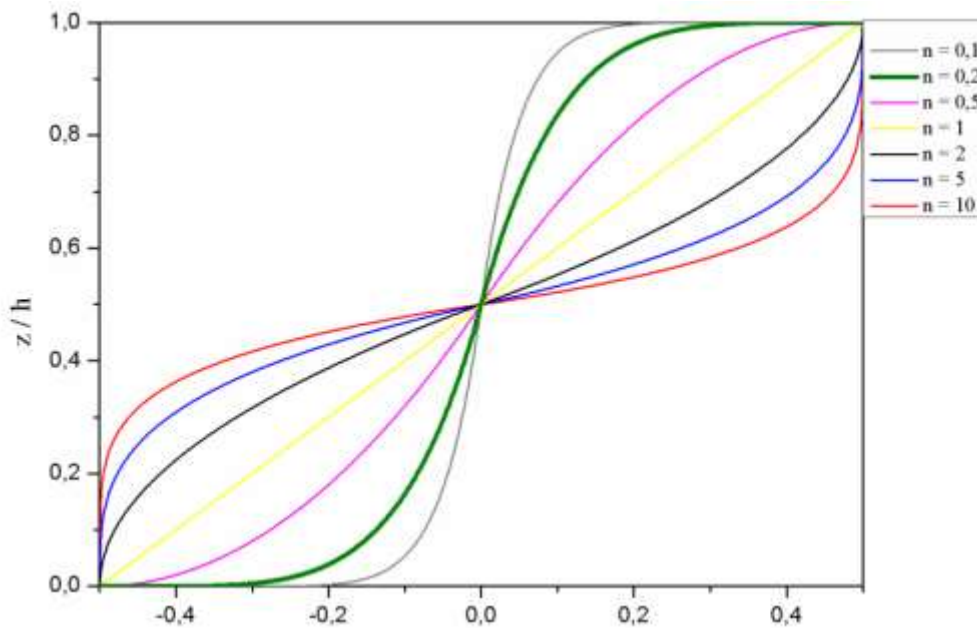


Figure II.7 Variation de la fraction volumique suivant le modèle S-MFG (Bairi (2019)).

II.5.3 Modèle E-MFG

Dans un matériau E-MFG, la variation suit une loi exponentielle, permettant d'obtenir une transition plus rapide ou plus lente selon les exigences de conception (Reddy, 2000). Pour un arbre creux (figure II.4), où les propriétés des constituants varient dans la direction de

rayon, du métal à l'intérieure au céramique à l'extérieur, La propriété effective $P(r)$ est donnée par :

$$P(r) = P_m e^{\ln\left(\frac{P_c}{P_m}\right)\left(\frac{r-R_i}{R_o-R_i}\right)} \quad (\text{II.6})$$

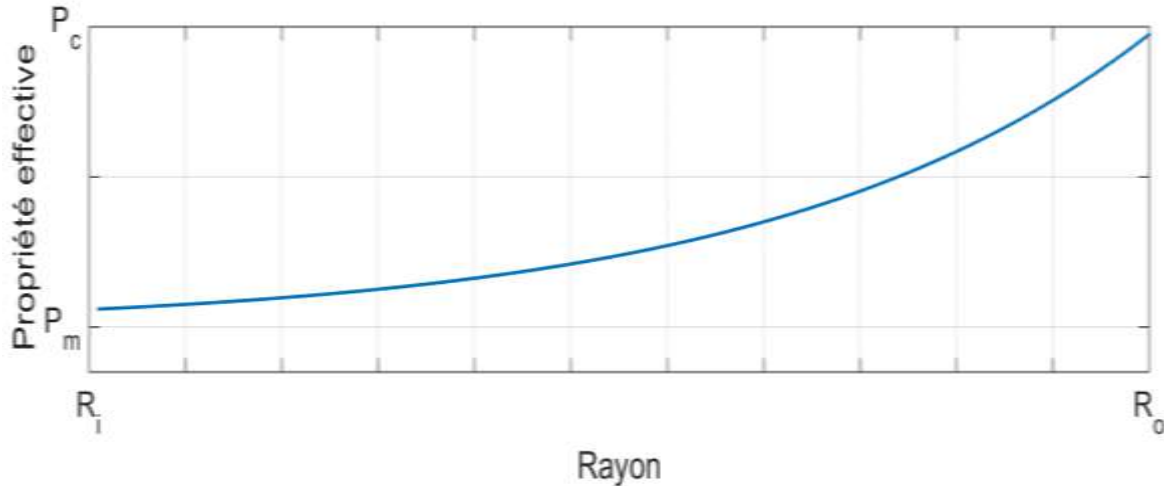


Figure II.8 Variation des propriétés effectives le long de rayon de l'arbre suivant le modèle E-MFG.

II.6 Avantages et inconvénients des MFG

Les matériaux à gradient fonctionnel (MFG) sont de plus en plus exploités dans divers secteurs en raison de leurs propriétés particulières. Bien qu'ils offrent de nombreux avantages, ils présentent également certaines limitations.

II.6.1 Avantages des matériaux MFG

L'utilisation croissante des matériaux fonctionnellement gradués s'explique par leurs nombreux atouts :

- Excellente adhérence entre des matériaux hétérogènes, comme la céramique et le métal.
- Réduction des coûts d'assemblage grâce à la possibilité de concevoir des structures complexes.
- Fabrication de matériaux aux propriétés spécifiques, tels qu'un coefficient de Poisson négatif ou une dilatation thermique quasi nulle.

- Optimisation des propriétés mécaniques uniquement dans les directions de sollicitation.
- Meilleur contrôle des contraintes grâce à l'absence d'interfaces brutales.
- Bonne résistance à la fatigue et à la corrosion.
- Ténacité élevée en cas de rupture.

II.6.2 Inconvénients des matériaux MFG

Malgré leurs nombreux avantages, les matériaux fonctionnellement gradués présentent aussi certaines limites :

- Leur fabrication reste complexe en raison des différences de propriétés entre les composants. Des facteurs comme la taille des particules, la morphologie ou la température peuvent affecter le procédé.
- Ces matériaux souffrent souvent d'une porosité importante et d'une faible cohésion entre les phases, notamment à cause des températures incompatibles entre céramiques et métaux.
- Les procédés de mise en œuvre sont généralement coûteux, nécessitant des environnements spécifiques, tels qu'une atmosphère protectrice ou une basse pression.

II.7 Domaines d'application

Les matériaux fonctionnellement gradués (MFG) sont de plus en plus utilisés dans divers secteurs en raison de leurs propriétés remarquables. Légers, résistants et durables, ils présentent un fort potentiel d'application dans de nombreuses industries. À ce jour, ils sont employés dans des domaines tels que l'aérospatial, l'automobile, le biomédical, la défense, l'électronique, l'énergie, la marine, l'optoélectronique et la thermoélectronique. Les MFG s'avèrent particulièrement efficaces dans des environnements extrêmes, par exemple comme revêtements anti-usure dans le secteur minier ou boucliers thermiques pour les fusées. Ils permettent aussi de limiter les incompatibilités thermomécaniques aux interfaces métal-céramique et d'éviter le délaminage.

À l'avenir, leur utilisation devrait s'étendre à des applications nécessitant des performances mécaniques, thermiques ou chimiques élevées dans des conditions sévères. Ils seront également privilégiés lorsque des combinaisons de propriétés contradictoires, telles que dureté et ténacité,

seront requises. La baisse des coûts de fabrication contribuera par ailleurs à élargir davantage les domaines d'application des MFG.

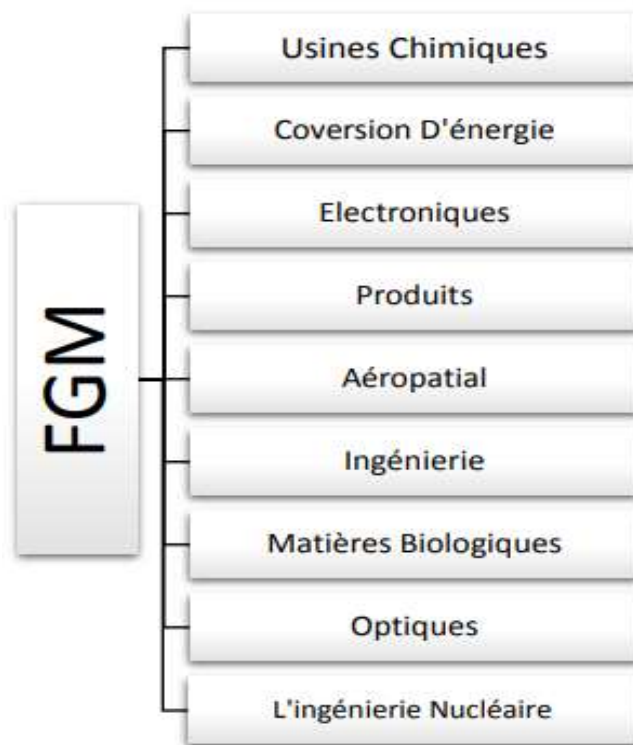


Figure II.9 Principaux domaines d'application des MFG

II.8 Conclusion

Ce chapitre a permis d'explorer les fondements des matériaux fonctionnellement gradués (MFG), en mettant en lumière leur concept, leur classification, ainsi que les modèles mathématiques permettant de modéliser une structure en MFG. Grâce à une structure à gradient, les MFG présentent des caractéristiques uniques leur permettant de surmonter les limitations des matériaux composites traditionnels. Leur comportement mécanique et thermique peut être modélisé mathématiquement pour mieux les intégrer dans les applications avancées. Enfin, les avantages considérables qu'ils offrent, en dépit de certaines contraintes de fabrication, justifient leur adoption croissante dans des domaines technologiques de pointe.

Chapitre III

Résultats et interprétations

Table des matières

| | |
|--|----|
| III.1 Introduction..... | 32 |
| III.2 Hypothèses..... | 32 |
| III.3 Validation..... | 34 |
| III.3.1 Rotor en matériau métallique homogène | 34 |
| III.3.2 Rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG) | 36 |
| III.4 Étude Paramétrique | 37 |
| III.4.1. Etude l'influence de la profondeur et la position de la fissure | 39 |
| • Analyse à l'état stationnaire | 39 |
| • Analyse à l'état rotationnel..... | 41 |
| III.4.2. Etude de l'influence de l'indice de puissance..... | 43 |
| • Analyse à état stationnaire | 44 |
| • Analyse à l'état rotationnel..... | 44 |
| III.5 Conclusion | 45 |

III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation, l'analyse et l'interprétation des résultats obtenus dans le cadre de l'étude numérique de l'influence des fissures sur les vibrations d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué (FGM). L'objectif principal est d'évaluer l'impact des différentes positions, profondeurs et dimensions des fissures sur les fréquences propres du système étudié.

Les résultats sont obtenus par simulation en utilisant le logiciel **ANSYS Workbench**, en tenant compte de la variation continue des propriétés mécaniques du matériau selon une loi de puissance. Ce modèle permet de mieux représenter le comportement réel d'un rotor en MFG, notamment en présence de discontinuités telles que les fissures.

Les résultats obtenus sont présentés sous forme des tableaux comparatifs, mettant en évidence l'effet des différents paramètres sur les fréquences propres. L'interprétation de ces résultats à identifier l'emplacement et la profondeur d'une fissure transversale afin d'éviter la rupture brutale de l'arbre du rotor.

III.2 Hypothèses

Dans cette étude, les hypothèses suivantes sont considérées pour la modélisation numérique :

- L'arbre est considéré comme une poutre flexible constituée d'un matériau fonctionnellement gradué. Ses propriétés mécaniques et physiques (module d'Young, densité) varient progressivement selon une loi de puissance (P-MFG) dans la direction du rayon (r), du métal à l'intérieure et céramique à la surface extérieure, cette gradation est représentée dans la figure suivante.

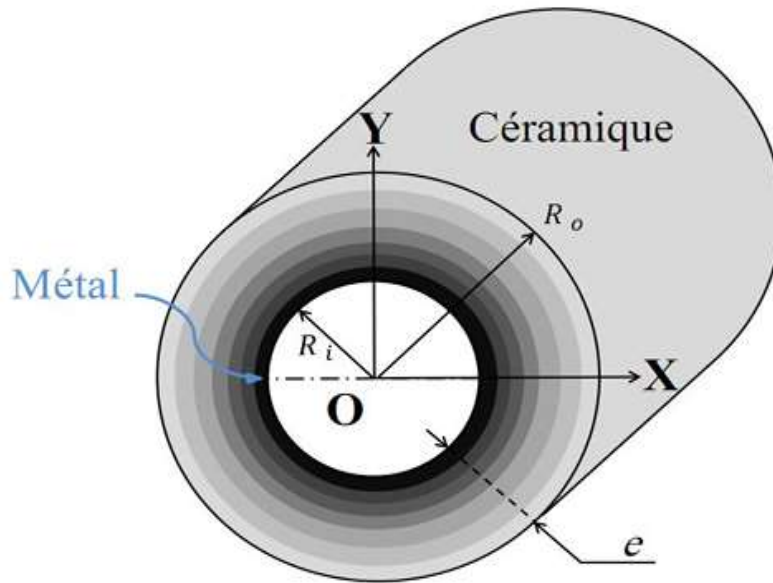


Figure III.1 Schéma de la gradation du matériau de l'arbre (Bouzidi (2024)).

Dans ce cas, la loi de distribution de la fraction volumique de céramique est décrite selon le modèle proposé par Loy et al. (1999).

$$V_c(r) = \left(\frac{r - R_i}{R_o - R_i} \right)^n \quad (\text{III.1})$$

Les propriétés matérielles de l'arbre $P(r)$ varient selon la loi de puissance donnée par :

$$P(r) = [P_c - P_m] \left(\frac{r - R_i}{R_o - R_i} \right)^n + P_m \quad (\text{III.2})$$

- $P(r)$ désigne soit la densité $\rho(r)$ soit le module de Young $E(r)$.
- P_c désigne propriétés matérielles du composant céramique.
- P_m désigne propriétés matérielles du composant métallique.
- n : représente l'indice de loi de puissance de la gradation du matériau de l'arbre.
- R_i : représente le rayon intérieur de l'arbre.
- R_o : représente le rayon extérieur de l'arbre.

A partir de l'équation III.2 on peut en déduire plusieurs cas :

- $n = 0$: désigne un arbre en céramique pure ($V_c(r) = 1$) et ($P(r) = P_c$).
- $n = \infty$: désigne un arbre en matériau métallique ($V_c(r) = 0$) et ($P(r) = P_m$).
- $n = 1$: dénote une gradation linéaire.

- Le disque est supposé rigide (non déformable) et fabriqué avec un matériau homogène et isotrope.
- Les paliers supportant l'arbre sont modélisés par des éléments élastiques ayant une certaine rigidité et amortissement, permettant de simuler un comportement semi-rigide.
- La fissure est supposée être de type ouverte et transversale (perpendiculaire à l'axe de l'arbre), et modélisée par une réduction locale de la rigidité. Les effets de fermeture ou d'ouverture dynamique de la fissure sous la rotation ne sont pas pris en compte.

III.3 Validation

Avant de poursuivre l'étude paramétrique, il est nécessaire de vérifier la validité et la fiabilité du modèle de simulation. Pour cela, les résultats obtenus ont été comparés avec les résultats des travaux de Bouzidi et al (2019), afin de s'assurer que les fréquences propres trouvés par simulation sont cohérentes avec celles déjà publiées.

Deux cas distincts ont été examinés :

- Rotor en matériau métallique homogène.
- Rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG).

III.3.1 Rotor en matériau métallique homogène

Dans cette partie de validation, nous comparons les fréquences naturelles obtenues à partir de notre simulation avec celles rapportés dans les travaux de Bouzidi et al (2019). Les paramètres géométriques du rotor et les propriétés matérielles ainsi que les caractéristiques des paliers sont identiques à ceux décrits dans le travail de Bouzidi et al (2019) afin d'assurer une comparaison pertinente.

Les caractéristiques géométriques et les propriétés matérielles associées à ce modèle sont récapitulées dans le tableau III.1.

La figure III.1 représente le modèle du rotor étudié dans cette partie sur ANSYS Workbnech.

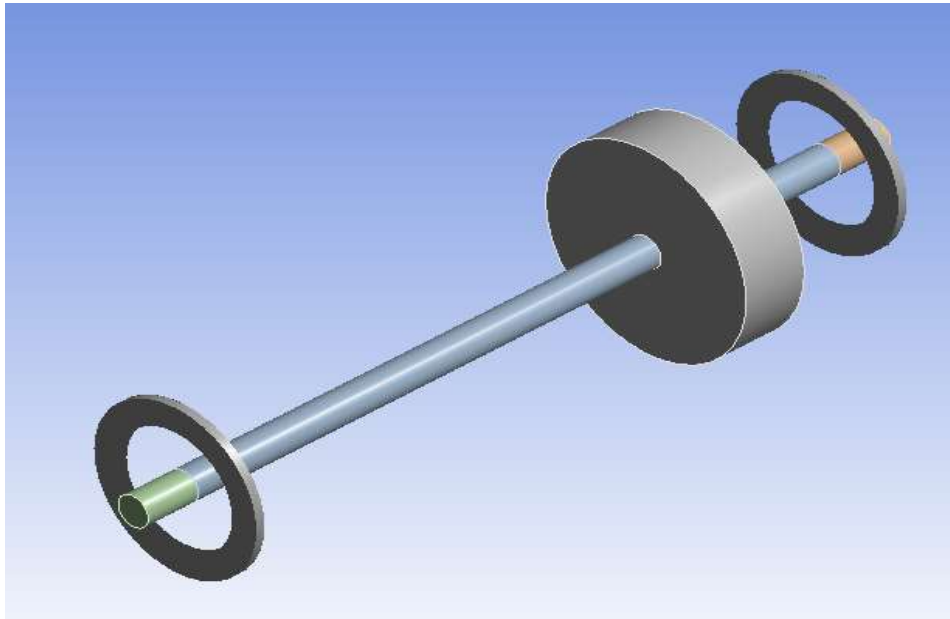


Figure III.2 Représentation du modèle du rotor étudié.

Tableau III.1: Paramètres géométriques et matériels du système rotor en matériau métallique

| Composants | Paramètres géométriques | Paramètres matériels |
|----------------|---|--|
| Arbre | Longueur : $L = 741\text{mm}$ Rayon extérieur : $R_o = 15\text{ mm}$ Rayon intérieur : $R_i = 0\text{ mm}$ | Densité: $\rho_m = 7800\text{ kg.m}^{-3}$ Module de Young: $E_m = 200\text{ Gpa}$ Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$ |
| Disque | Rayon : $R_d = 100\text{ mm}$ Épaisseur : $h_d = 58\text{ mm}$ | Densité $\rho_d = 7800\text{ kg.m}^{-3}$ |
| Paliers | Raideurs : $K_{XX} = K_{YY} = 1.5 \times 10^7\text{ N.m}^{-1}$ Amortissement : $C_{XX} = C_{YY} = 10^3\text{ N.s. m}^{-1}$ | |

Les résultats comparatifs sont présentés dans le tableau III.2, où les fréquences propres des trois premiers modes de vibration en flexion transversale sont rapportées dans le cas où le rotor est à l'état stationnaire ($\Omega = 0$).

Tableau III.2 Comparaison des fréquences propres pour rotor en matériau métallique.

| Mode | Étude actuelle | Bouzidi et al (2019) | Écart relatif ε (%) |
|---------------|----------------|----------------------|---------------------------------|
| Mode 1 | 65.025 | 62.30 | 4.37 |
| Mode 2 | 286.44 | 273.83 | 4.6 |
| Mode 3 | 479.07 | 463.30 | 3.4 |

On constate que les écarts relatifs entre les deux ensembles de résultats restent faibles, ce qui confirme la précision du modèle numérique développé pour reproduire le comportement dynamique d'un arbre métallique.

III.3.2 Rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG)

Dans cette partie de validation, nous validons notre modèle numérique en comparant les fréquences propres de 3 premiers modes pour $\Omega = 0$ d'un rotor avec un arbre en matériau fonctionnellement gradué et un disque en matériau métallique isotrope avec les résultats publiés par Bouzidi et al (2019) où les mêmes configurations géométriques représentés dans le tableau III.1 ont été utilisées.

Dans notre simulation par ANSYS Workbench, l'arbre est modélisé par un nombre de couches, où les paramètres de ces couches (densité et module de Young) sont calculés par la loi de mélange de l'équation III.2 en prenant en compte une gradation linéaire des propriétés ($n = 1$). Les propriétés des matériaux céramique et métallique considérées sont représentées dans le tableau III.3, où l'acier représente le matériau métallique et l'alumine représente le matériau céramique.

Tableau III.3 Propriétés matérielles de l'arbre en MFG

| Propriétés matérielles | Acier | Alumine Al ₂ O ₃ |
|-------------------------------------|-------|--|
| Module de Young E [Gpa] | 200 | 390 |
| Densité ρ [kg/m ³] | 7800 | 3200 |

Le Tableau III.4 représente une comparaison des fréquences propres de 3 premiers modes de flexion transversale pour $\Omega = 0$. Les écarts observés restent faibles, ce qui montre que notre modèle de simulation d'un arbre MFG en un nombre de couches en tenant compte les effets du gradient des propriétés matérielles est correct.

Cette validation renforce la fiabilité des résultats obtenus et permet d'aborder l'étude des rotors fissurés sur une base fiable.

Tableau III.4 Comparaison des fréquences propres pour un rotor en MFG.

| Mode | Étude actuelle | Bouzidi et al (2019) | Écart relatif ε (%) |
|---------------|----------------|----------------------|---------------------------------|
| Mode 1 | 87.959 | 82.37 | 6.78 |
| Mode 2 | 370.1 | 356.8 | 3.72 |
| Mode 3 | 683.02 | 681.93 | 0.16 |

III.4 Étude Paramétrique

Une étude paramétrique a été réalisée afin d'évaluer l'influence d'une fissure transversale ouverte sur le comportement vibratoire d'un rotor en matériau à gradient fonctionnel (FGM), dans deux états distincts :

- **Etat stationnaire** (sans rotation $\Omega = 0$) : dans cette analyse, nous étudions l'influence de la fissure sur les fréquences propres de trois premiers modes de vibration du rotor.
- **Etat rotationnel** ($\Omega \neq 0$) : dans cette analyse, nous étudions l'influence de la fissure sur les fréquences critiques de trois premiers modes de vibration du rotor, ces fréquences sont déterminées à partir du diagramme de Campbell généré par ANSYS Workbench.

Trois paramètres principaux ont été pris en compte :

- **Position axiale de la fissure** : trois emplacements ont été considérés le long de l'arbre, position à gauche (P1) située à 123 mm à partir de l'extrémité gauche de l'arbre, position au milieu (P2) située à 370 mm à partir de l'extrémité gauche de l'arbre, position à droite (P3) située à 123 mm à partir de l'extrémité droite de l'arbre.
- **Profondeur de la fissure** : pour chaque position, cinq profondeurs relatives ont été étudiées correspondant à 20 %, 40 %, 60 %, 80 % et 100 % du rayon extérieure l'arbre, dans ce cas nous introduisons le profondeur adimensionnel qui représente le taux de propagation de la fissure par rapport au rayon extérieure de l'arbre, il est donné par :

$$\mu = \frac{\text{profondeur de la fissure}}{R_o}$$

- **Indice de puissance** : différentes valeurs de l'indice de puissance n sont prise en compte, variant de 0 pour un arbre en céramique pure jusqu'à $+\infty$ pour un arbre en métal pure.

Pour la simulation de la fissure, nous avons la considérée comme une entaille en forme de U (voir figure III.3).

Pour chaque combinaison de ces paramètres précédents, une analyse fréquentielle a été effectuée afin de déterminer l'influence de la position, profondeur de la fissure ainsi que la

forme de gradation des propriétés matérielles sur les fréquences propres et critiques des trois premiers modes de vibration en flexion transversale (flexion suivant l'axe Y).

Ces modes de vibration représentent les déformations les plus sensibles aux défauts tels que les fissures. Ces modes sont cruciaux pour évaluer l'impact de la fissuration sur les fréquences de l'arbre, l'analyse de la variation des fréquences permet de mieux comprendre l'impact de la fissure sur les caractéristiques dynamiques du système, et d'identifier les configurations critiques et la dégradation potentielle des performances mécaniques.

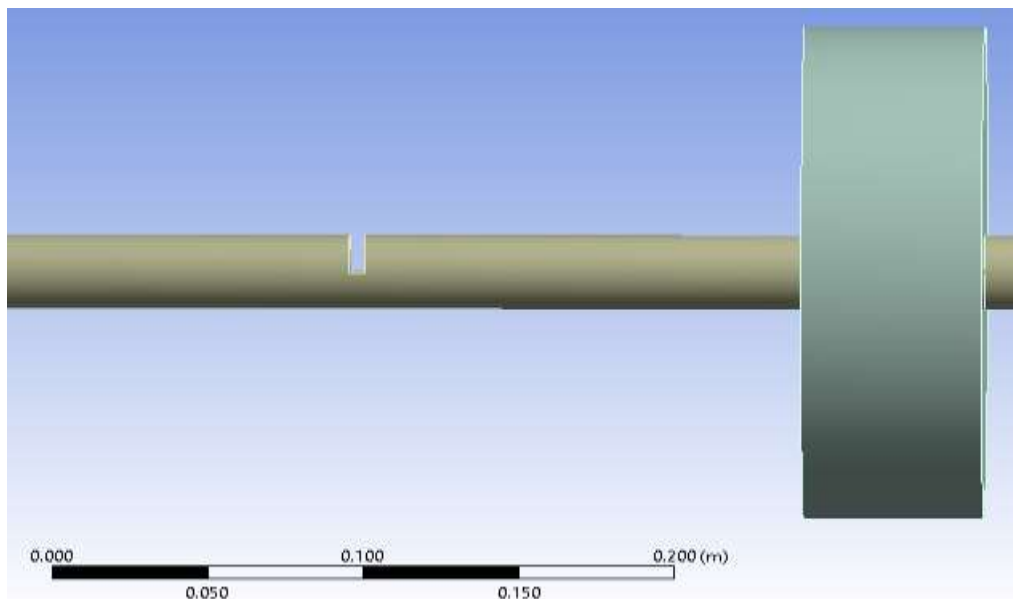


Figure III.3 Modélisation d'une fissure transversale ouverte.

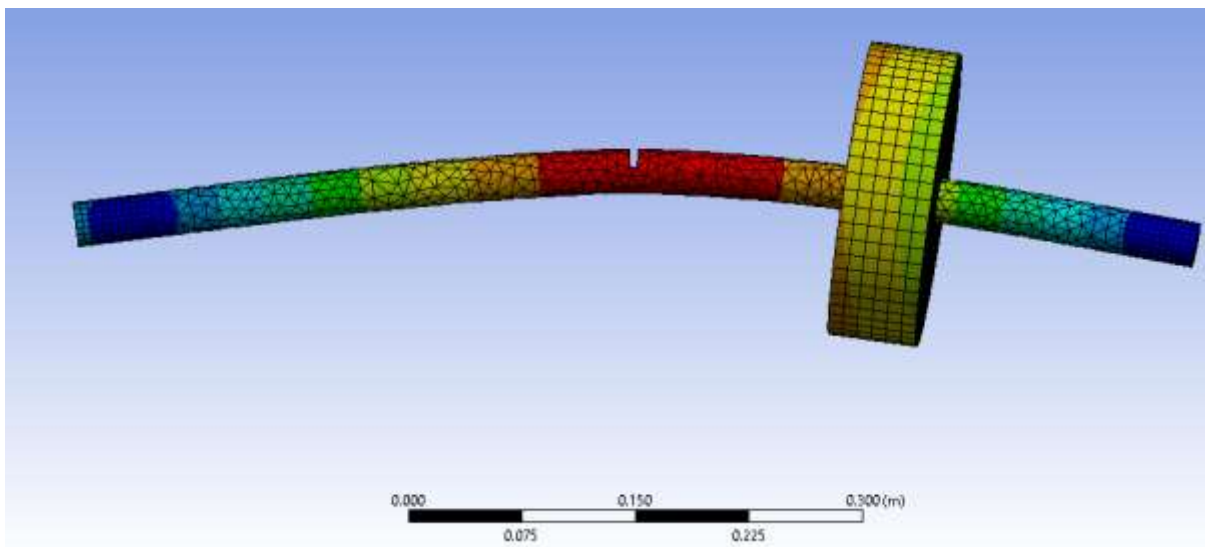


Figure III.4 Représentation du premier mode de flexion.

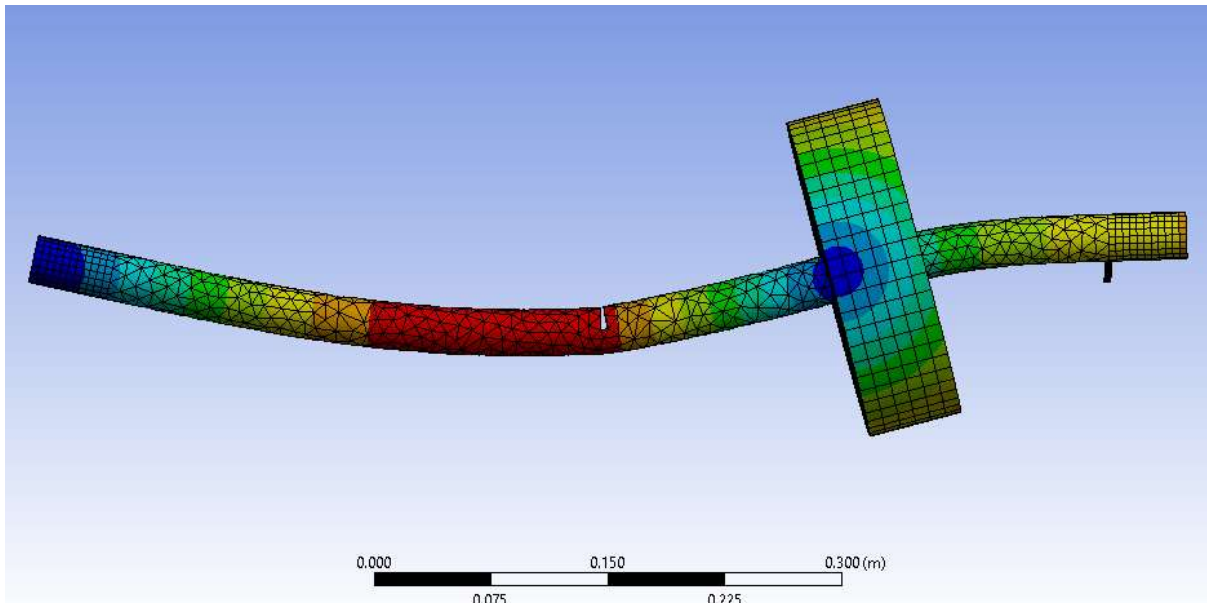


Figure III.5 Représentation de deuxième mode de flexion

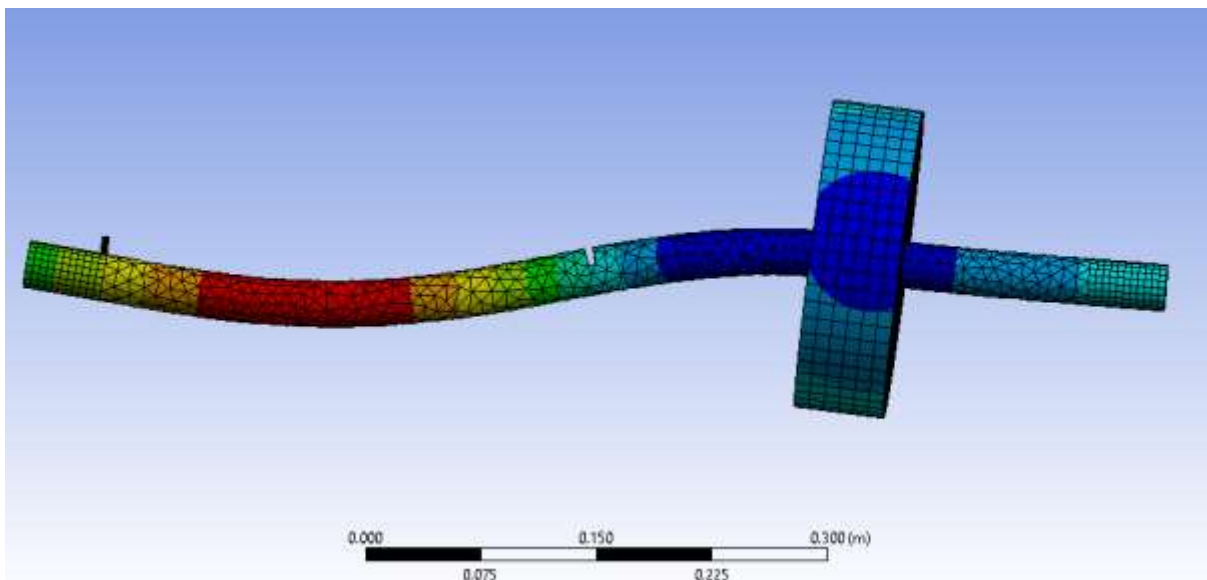


Figure III.6 Représentation de troisième mode de flexion

III.4.1. Etude l'influence de la profondeur et la position de la fissure

- **Analyse à l'état stationnaire**

Dans l'état stationnaire, l'analyse fréquentielle est effectuée afin d'observer l'effet de la fissure sur les fréquences propres de trois premiers modes de flexion transversale du rotor en MFG. L'objectif est d'évaluer comment la variation de la position et de la longueur de la fissure influence les fréquences naturelles du système, en l'absence de rotation.

Les paramètres géométriques du rotor considéré dans cette étude sont similaires à celles représentées dans le tableau III.1 tandis que les paramètres des matériaux céramique et métallique sont représentés dans le tableau III.3 en prenant en compte les hypothèses mentionnées dans la partie III.2.

Les tableaux III.5, III.6 et III.7 représentent respectivement les fréquences propres des trois premiers modes en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe dans les positions P1, P2, et P3.

Tableau III.5 Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 1 (P1).

| Mode | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|---------------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | 87.959 | 85.699 | 85.606 | 85.211 | 83.875 | 77.976 |
| Mode 2 | 370.1 | 367.46 | 365.37 | 361.18 | 351.38 | 356.34 |
| Mode 3 | 683.02 | 682.61 | 683.5 | 682.74 | 682.34 | 683.07 |

Tableau III.6 Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 2 (P2).

| Mode | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|---------------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | 87.959 | 85.443 | 85.004 | 83.945 | 83.038 | 76.743 |
| Mode 2 | 370.1 | 368.37 | 367.72 | 365.69 | 364.05 | 351.07 |
| Mode 3 | 683.02 | 682.53 | 683.41 | 683.62 | 683.25 | 664.47 |

Tableau III.7 Variation des fréquences propres en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 3 (P3).

| Mode | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|---------------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | 87.959 | 85.569 | 85.531 | 84.958 | 83.988 | 82.585 |
| Mode 2 | 370.1 | 368.38 | 367.73 | 365.49 | 360.96 | 354.52 |
| Mode 3 | 683.02 | 681.25 | 679.48 | 673.67 | 664.67 | 650.4 |

Les résultats représentés dans les tableaux précédents montrent que les fréquences des trois premiers modes de flexion diminuent progressivement avec l'augmentation de la profondeur de la fissure. Cette baisse est due à la perte de rigidité locale provoquée par la fissure, ce qui réduit la capacité de l'arbre à résister aux déformations en flexion. Parmi les trois positions étudiées, pour le premier mode de vibration, la fissure placée à 370 mm (P2) provoque la diminution la plus marquée des fréquences. Cela s'explique par le fait que cette position coïncide avec une zone de fléchissement maximal (ventre du mode), où la contribution modale est importante. Donc, la réponse dynamique est fortement affectée lorsque la fissure est située dans des régions critiques (ventres). Cette sensibilité à la position montre que, même sans rotation, la localisation et la gravité d'un défaut doivent être soigneusement prises en compte dans l'analyse vibratoire d'un arbre.

- **Analyse à l'état rotationnel**

Dans le cas où l'arbre est en rotation, l'analyse permettra de prendre en compte les effets liés au mouvement, comme les forces gyroscopiques. L'objectif est de voir comment la présence d'une fissure, selon sa profondeur et sa position, influence les fréquences critiques du rotor, ces fréquences sont déterminées à partir du diagramme de Campbell généré par ANSYS Workbench (figure III.7).

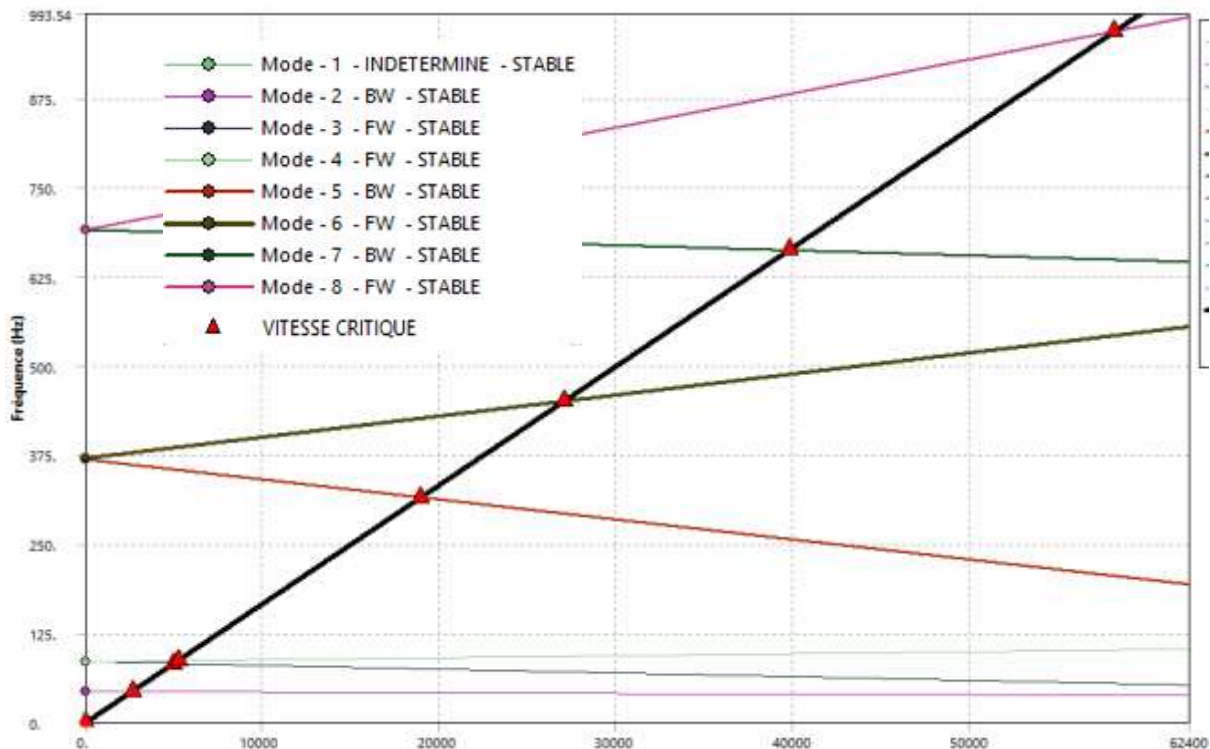


Figure III.7 Diagramme de Campbell.

Les tableaux III.8, III.9 et III.10 représentent respectivement les fréquences critiques des modes directs et indirects en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe dans les positions P1, P2, et P3.

Tableau III.8 Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 1 (P1).

| Mode | | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|--------|----------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | Indirect | 84.06 | 82.71 | 83.45 | 83.75 | 82.17 | 80.45 |
| | Direct | 88.74 | 87.33 | 87.36 | 87.32 | 86.62 | 86.33 |
| Mode 2 | Indirect | 321.70 | 315.42 | 313.60 | 318.53 | 310.90 | 292.65 |
| | Direct | 458.33 | 449.57 | 450.32 | 432.27 | 430.02 | 444.1 |
| Mode 3 | Indirect | 673.62 | 661.50 | 663.00 | 666.93 | 666.80 | 659.91 |
| | Direct | 979.08 | 970.57 | 971.77 | 901.53 | 900.52 | 967.45 |

Tableau III.9 Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 2 (P2).

| Mode | | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|--------|----------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | Indirect | 84.06 | 82.41 | 82.48 | 82.19 | 80.37 | 75.39 |
| | Direct | 88.74 | 87.11 | 87.35 | 87.41 | 86.76 | 85.54 |
| Mode 2 | Indirect | 321.70 | 315.85 | 315.48 | 314.15 | 312.08 | 307.17 |
| | Direct | 458.33 | 449.58 | 450.45 | 450.40 | 450.42 | 446.35 |
| Mode 3 | Indirect | 673.62 | 661.92 | 662.85 | 663.22 | 664.08 | 660.58 |
| | Direct | 979.08 | 969.63 | 969.35 | 966.63 | 959.82 | 941.37 |

Tableau III.10 Variation des fréquences critiques en fonction de la profondeur de la fissure dans le cas où la fissure se situe en position 3 (P3).

| Mode | | Profondeur adimensionnel (μ) | | | | | |
|--------|----------|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| Mode 1 | Indirect | 84.06 | 82.53 | 82.75 | 82.23 | 81.44 | 79.82 |
| | Direct | 88.74 | 87.09 | 87.36 | 87.21 | 87.05 | 86.59 |
| Mode 2 | Indirect | 321.70 | 315.87 | 315.50 | 314.03 | 311.02 | 305.95 |
| | Direct | 458.33 | 449.17 | 448.97 | 445.98 | 440.48 | 429.82 |
| Mode 3 | Indirect | 673.62 | 660.75 | 659.43 | 654.67 | 647.77 | 634.38 |
| | Direct | 979.08 | 968.48 | 965.15 | 954.78 | 939.18 | 913.98 |

En régime rotationnel, les résultats montrent que l'effet de la fissure est plus clair. Pour une même position et une même profondeur, les fréquences diminuent davantage qu'en état stationnaire. Cette baisse est due à la combinaison de la perte de rigidité locale et des effets dynamiques liés à la rotation, comme l'effet gyroscopique.

Cette diminution de fréquence est importante lorsque la fissure est profonde et située à une position critique.

Les résultats trouvés montrent aussi qu'il y'a une divergence entre les valeurs de fréquence des modes directes et indirectes, cette divergence est due de la dissymétrie causé par la présence de la fissure et à l'effet gyroscopique.

III.4.2. Etude de l'influence de l'indice de puissance

Dans cette partie, on s'intéresse à l'effet de l'indice de puissance n sur les fréquences propres d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué. Cet indice contrôle la répartition des phases céramique et métallique à travers du rayon de l'arbre, influençant directement ses propriétés physiques et mécaniques.

Plusieurs valeurs de n ont été considérées afin d'analyser leur impact sur les fréquences naturelles du système, aussi bien à l'état stationnaire qu'en régime rotationnel. Ces valeurs varient de zéro pour un arbre en céramique pure jusqu'à l'infini pour un arbre en métal pure, L'objectif est de mieux comprendre comment la variation du gradient de matériau (forme de

gradation) peut modifier la réponse dynamique du rotor et contribuer à l'optimisation de sa conception en présence d'une fissure transversale.

- **Analyse à état stationnaire**

Dans cette partie, on s'intéresse à l'influence de l'indice de puissance n sur les fréquences propres d'un arbre MFG fissuré en l'absence de rotation ($\Omega = 0$). Le tableau III.11 présente l'évolution des fréquences propres de trois premiers modes en fonction différentes valeurs de n où la fissure se situe dans la position 2 (P2) et $\mu = 0.4$. Cette étude permet d'analyser l'effet de la distribution graduée du matériau sur les fréquences propres.

Tableau III.11 Variation des fréquences propres en fonction de l'indice de puissance.

| Mode | Indice de puissance (n) | | | | | | |
|--------|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|
| | 0 | 0.25 | 0.5 | 1 | 2 | 10 | ∞ |
| Mode 1 | 90.765 | 88.9 | 87.416 | 85.004 | 81.619 | 73.836 | 64.861 |
| Mode 2 | 399.11 | 387.96 | 379.96 | 367.72 | 351.95 | 320.13 | 286.85 |
| Mode 3 | 830.33 | 767.37 | 730.91 | 683.41 | 632.71 | 551.29 | 480.77 |

Le tableau III.11, montre que les fréquences propres diminuent progressivement avec l'augmentation de l'indice de puissance n , quelle que soit la position et la profondeur de la fissure. Cela s'explique par le fait qu'un indice de puissance élevé rend le matériau plus riche en métal dans la majorité de volume de l'arbre tandis que la céramique représente qu'une seule couche, donc un arbre moins rigide.

- **Analyse à l'état rotationnel**

Dans cette section, nous examinons l'effet de l'indice de puissance n sur les fréquences critiques lorsque l'arbre est en rotation ($\Omega \neq 0$). Le tableau III.12 montre la variation des fréquences critiques de trois premiers modes en fonction différentes valeurs de n où la fissure se situe dans la position 2 (P2) et $\mu = 0.4$.

L'objectif est de comprendre comment la gradation du matériau interagit avec les effets dynamiques induits par la rotation, influençant ainsi la réponse vibratoire globale du système.

Tableau III.12 Variation des fréquences critiques en fonction de l'indice de puissance.

| Mode | | Indice de puissance | | | | | | |
|--------|----------|---------------------|---------|---------|--------|--------|--------|----------|
| | | 0 | 0.25 | 0.5 | 1 | 2 | 10 | ∞ |
| Mode 1 | Indirect | 88.05 | 86.25 | 84.81 | 82.48 | 79.22 | 71.83 | 62.65 |
| | Direct | 93.09 | 91.23 | 89.76 | 87.35 | 83.96 | 76.10 | 67.23 |
| Mode 2 | Indirect | 336.80 | 329.35 | 323.92 | 315.48 | 304.38 | 281.13 | 243.27 |
| | Direct | 554.77 | 508.67 | 483.05 | 450.45 | 416.05 | 360.70 | 326.72 |
| Mode 3 | Indirect | 817.47 | 750.87 | 712.53 | 662.85 | 610.20 | 526.75 | 444.73 |
| | Direct | 1314.70 | 1157.92 | 1073.22 | 969.35 | 867.32 | 724.03 | 749.15 |

Le tableau III.12 confirme les résultats trouvés dans la section précédente. En effet, la rotation introduit des effets dynamiques supplémentaires (forces centrifuges, gyroscopiques), qui accentuent la souplesse de la structure et amplifient l'effet de l'indice n sur la baisse des fréquences.

III.5 Conclusion

Ce chapitre a permis d'étudier l'influence de plusieurs paramètres clés sur le comportement vibratoire d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué, à travers une analyse fréquentielle réalisée en état stationnaire et en régime rotationnel. Les résultats ont montré que la présence d'une fissure entraîne une baisse significative des fréquences naturelles et critiques, en particulier lorsque sa profondeur augmente et lorsqu'elle est située dans des zones de flexion maximale. En régime rotationnel, ces effets sont amplifiés par les phénomènes dynamiques liés à la vitesse de rotation, accentuant la sensibilité du système aux défauts structurels.

L'étude a également mis en évidence l'effet de l'indice de puissance n qui contrôle la distribution du matériau dans la structure. L'augmentation de cet indice provoque une diminution progressive des fréquences, un indice de puissance élevé rend le matériau plus riche en métal dans la majorité de volume de l'arbre tandis que la céramique représente qu'une seule couche, donc un arbre moins rigide.

De manière générale, les résultats obtenus confirment que la fissuration et le gradient de matériau ont un impact direct sur les fréquences de rotor, l'analyse inverse de ces résultats permet d'identifier la position et la profondeur de la fissure afin d'éviter le scénario de rupture brutale du rotor.

Conclusion générale

Dans le présent travail, une étude numérique basé sur la simulation sur le logiciel ANSYS Workbench est faite afin d'analyser le comportement vibratoire d'un rotor en matériau fonctionnellement gradué (MFG) présentant une fissure transversale ouverte. Le modèle est construit d'un arbre en MFG composé d'un cœur métallique et d'une couche extérieure en céramique, avec une gradation continue des propriétés selon une loi de puissance. L'étude a porté sur une analyse fréquentielle, en considérant deux cas principaux : l'étude à l'état stationnaire (sans rotation) et à l'état rotationnel (avec effets gyroscopiques).

Une étude paramétrique a été menée afin d'évaluer l'influence de plusieurs paramètres clés, à savoir :

- La profondeur de la fissure, exprimée en profondeur adimensionnel (μ),
- La position axiale de la fissure, avec trois emplacements distincts le long de l'arbre,
- L'indice de puissance n , qui contrôle la variation des propriétés dans le matériau FGM suivant le rayon de l'arbre.

Les résultats obtenus montrent que :

- L'augmentation de la profondeur de la fissure entraîne une baisse progressive des fréquences naturelles, ceci est dû à la diminution de la rigidité locale.
- La position de la fissure influence fortement les fréquences : lorsqu'elle est placée dans une zone de flexion maximale (aux ventres de modes), l'effet de la fissure est plus remarquable.
- L'effet de la fissure est plus prononcé en régime rotationnel en raison des forces centrifuges et gyroscopiques, qui accentuent les déséquilibres dynamiques du système.
- L'indice de puissance n a également un impact notable : plus n augmente, plus la rigidité globale diminue, ce qui se traduit par une réduction des fréquences propres.

Ces résultats permettent d'identifier la présence d'une fissure transversale dans les arbres des rotors en MFG afin d'éviter la rupture brutale de l'arbre en prend qui actions préventives.

Références bibliographiques

Al-Shudeifat, M. A., Butcher, E. A., Stern, C. R. (2010). General harmonic balance solution of a cracked rotor-bearing-disk system for harmonic and sub-harmonic analysis: analytical and experimental approach. *International journal of engineering science*, 48(10), 921-935. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2010.05.012>

Al-Shudeifat, M. A. (2013). On the finite element modeling of the asymmetric cracked rotor. *Journal of sound and vibration*, 332(11), 2795-2807. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.12.026>

Assem, H., Hadjoui, A., & Saimi, A. (2020). Numerical analysis on the dynamics behavior of FGM rotor in thermal environment using h-p finite element method. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50(11), 3925–3948. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1824791>

Bachs Schmid, N., Tanzi, E., Audebert, S. (2008). The effect of helicoidal cracks on the behaviour of rotating shafts. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(3-4), 475-488. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.04.015>

Berroussi, C. *Etude dynamique d'un rotor*, (2021), Université Mohamed Khider, Biskra.

Bouzidi, I., Hadjoui, A., & Fellah, A. (2020). Dynamic analysis of functionally graded rotor-blade system using the classical version of the finite element method. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 49(7), 1080–1108. <https://doi.org/10.1080/15397734.2019.1706558>

Bouzidi, I. (2024). *Comportement vibratoire des rotors aubagés en matériaux Bi-FGM*, Thèse de doctorat, Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen.

Brairi, S. (2019). *Analyse de la dégradation des structures FGM renforcées par FRP précontraints*, Thèse de doctorat, Université Abou Bekr Belkaid - Tlemcen.

Chi, S. and Chung, Y.L. (2003), Cracking in coating–substrate composites with multi-layered and FGM coatings, *Eng. Fract. Mech.*, 70, 1227-1243.

Darpe, A. K., Gupta, K., & Chawla, A. (2004). Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor. *Journal of sound and vibration*, 269(1-2), 33-60.

Dharmaraju, N., Tiwari, R., & Talukdar, S. (2005). Development of a novel hybrid reduction scheme for identification of an open crack model in a beam. *Mechanical systems and signal processing*, 19(3), 633-657.

Dimarogonas A. D. (1996), *Vibration of cracked structures: A state of the art review*. *Engineering Fracture Mechanics*, 55 (5): 831-857, [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(94\)00175-8](https://doi.org/10.1016/0013-7944(94)00175-8)

Dimarogonas A. D. (1970). *Dynamic response of cracked rotors*. Internal report, General Electric Co., Schenectady NY.

Dimarogonas A. D. (1971). *Dynamics of cracked shafts*. Internal report, General Electric Co., Schenectady NY.

Dimentberg F. M. (1961). *Flexural vibration of rotating shafts*. Butter worths.

Dunkerley S., (1894), *Whirling and Vibration of Shafts*, *Tram. Roy. Soc.* 185A.

Elhannani, Abdelhak & Refassi, Kaddour & Elmeiche, Abbes & Mohamed, Bouamama. (2019). Vibration analysis of functionally graded tapered rotor shaft system. *Mechanics and Mechanical Engineering*. 23. 241-245. <https://doi.org/10.2478/mme-2019-0032>.

Elishakoff, I., Pentaras, D., & Gentilini, C. (2016). *Mechanics of functionally graded material structures*. World Scientific Publishing Company.

Fellah, A. (2019). *Influence des fissures sur le comportement vibratoire des rotors*, Université Abou bekr Belkaïd -Tlemcen.

Föppl, A., (1895), *Das Problem der Laval schen Turbine welle*, *Der Civil ingenieur*, vol. 41, pp. 335-342.

Gayen, D., Tiwari, R., & Chakraborty, D. (2019). Finite element based stability analysis of a rotor-bearing system having a functionally graded shaft with transverse breathing cracks. *International Journal of Mechanical Sciences*, 157–158, 403–414. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2019.04.056>

Gudmundson. P. (1982). Eigen frequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes. *J. Mech. Phys. Solids*, 30(5):339-353. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(82\)90004-7](https://doi.org/10.1016/0022-5096(82)90004-7)

Gudmundson. P. (1983). The dynamical behavior of slender structures with cross-sectional cracks. *J. Mech. Phys. Solids*, 31:329-345. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(83\)90003-0](https://doi.org/10.1016/0022-5096(83)90003-0)

Guo, C. Z., Yan, J. H., & Bergman, L. A. (2017). Experimental dynamic analysis of a breathing cracked rotor. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 30(5), 1177-1183. <https://doi.org/10.1007/s10033-017-0180-7>

Hassaine, N., Touat, N., Dahak, M., Fellah, A., & Saimi, A. (2022). Study of crack's effect on the natural frequencies of bi-directional functionally graded beam. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 52(1), 375–385. <https://doi.org/10.1080/15397734.2022.2113408>

Jeffcott, H. H. (1919). XXVII. The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed. The effect of want of balance. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 37(219), 304–314. <https://doi.org/10.1080/14786440308635889>

Kerr, W., (1916), On the Whirling Speed of Loaded Shafts, *Engineering*, p. 150.

Loh, G. H., Pei, E., Harrison, D., & Monzón, M. D. (2018). An overview of functionally graded manufacturing. *Additive Manufacturing*, 23, 34-44. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2018.06.023>

Loy, C. T., Lam, K. Y. & Reddy, J. N., (1999). Vibration of functionally graded cylindrical shells. *International Journal of Mechanical Science*, 41(3), pp. 309–324. [https://doi.org/10.1016/S0020-7403\(98\)00054-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7403(98)00054-X)

Lu, Z., Hou, L., Chen, Y., & Sun, C. (2016). Nonlinear response analysis for a dual-rotor system with a breathing transverse crack in the hollow shaft. *Nonlinear Dynamics*, 83(1-2), 169-185. <https://doi.org/10.1007/s11071-015-2317-5>

Mahamood, Rasheedat & Akinlabi, Esther. (2017). Types of Functionally Graded Materials and Their Areas of Application. DOI : 10.1007/978-3-319-53756-6_2.

Mahmoud, D., & Elbestawi, M. A. (2017). Lattice Structures and Functionally Graded Materials Applications in Additive Manufacturing of Orthopedic Implants: A Review. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 1(2), 13. <https://doi.org/10.3390/jmmp1020013>

Murmu, T., & Pradhan, S. C. (2009). Vibration analysis of nanoplates under uniaxial prestressed conditions via nonlocal elasticity. *Journal of Applied Physics*, 106(10), 104301. <https://doi.org/10.1063/1.3233914>

Nelson, F.C. (2003). A Brief History of Early Rotor Dynamics, *Journal of Sound And Vibration*, 37(6):8+10-11

Orhan, S. (2007). Analysis of free and forced vibration of a cracked cantilever beam. *NDT & E International*, 40(6), 443-450. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2007.01.010>

Pafelias. T. (1974). Dynamic response of a cracked rotor. Technical Information Series DF-74-LS-79, General Electric Co.

Papadopoulos, C. A. (2008). The strain energy release approach for modeling cracks in rotors: A state of the art review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(4), 763-789, <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2007.11.009>

Popoola, P. A. I., Farotade, G., Fatoba, O. S., Popoola, O. (2016). Laser Engineering Net Shaping Method in the Area of Development of Functionally Graded Materials (FGMs) for Aero Engine Applications - A Review. *InTech*. DOI: 10.5772/61711

Rankine, W. J. McQ., (1869), Centrifugal Whirling of Shafts, *Engineer*, XXVI (Apr. 9.1869)

Rao, S.S. and Gupta, R.S. (2001) Finite Element Vibration Analysis of Rotating Timoshenko Beams. *Journal of Sound and Vibration*, 242, 103-124. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2000.3362>

Rao D., K., Swain, A., & Roy, T. (2020). Dynamic responses of bidirectional functionally graded rotor shaft. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 50(1), 302–330. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1713804>

Reddy, JN. (2000), Analysis of functionally graded plates. *International journal for numerical methods in engineering*; 47:663–84

Rieger, N, Past Problems of Turbines Which Led to Technology Advances, Proc. Of the 25th Annual Meeting of the Vibration Inst, (2001) 19-32.

Rosard, D. D., Reid, S. R., and Blades, J. C. (1994). Optimizing Maintenance Intervals Using a Turbine Rotor Crack Monitoring Program, ASME, Phoenix, AZ, 94-JPGC-PWR-5617, 1-8.

Sathujoda, P., Batchu, A., Obalareddy, B., Canale, G., Maligno, A., & Citarella, R. (2020). Free Vibration Analysis of a Thermally Loaded Porous Functionally Graded Rotor–Bearing System. *Applied Sciences*, 10(22), 8197. <https://doi.org/10.3390/app10228197>

Sathujoda, P., Obalareddy, B., Batchu, A., Canale, G., Maligno, A., & Citarella, R. (2020). Effect of Corrosion on the Natural and Whirl Frequencies of a Functionally Graded Rotor–Bearing System Subjected to Thermal Gradients. *Materials*, 13(20), 4546. <https://doi.org/10.3390/ma13204546>

Sekhar, A. S. Prabhu, B. S, (1998). Condition Monitoring of Cracked Rotors Through Transient Response, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 33, No. 8, 1167-1175. [https://doi.org/10.1016/S0094-114X\(97\)00116-X](https://doi.org/10.1016/S0094-114X(97)00116-X)

Sinou, J. J. (2007). Effects of a crack on the stability of a non-linear rotor system. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42(7), 959-972.

Soualah , S . Contribution à l'étude du comportement dynamique des rotors verticaux, (2015) Université du 8 Mai 1945 – Guelma-.

Stodola, A., (1927), *Steam and Gas Turbines*, McGraw-Hill, New York

Tondl. A. (1965). *Some problem of rotor dynamics*. Chapman & Hall.

Wendtland. D. (1972). Änderung der biege eigenfrequenzen einer idealisierten schaufel « durch risse ». PhD thesis, University of Karlsruhe.